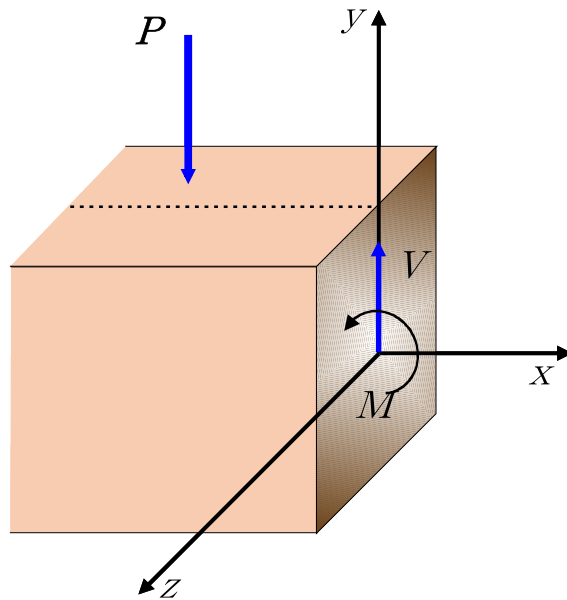
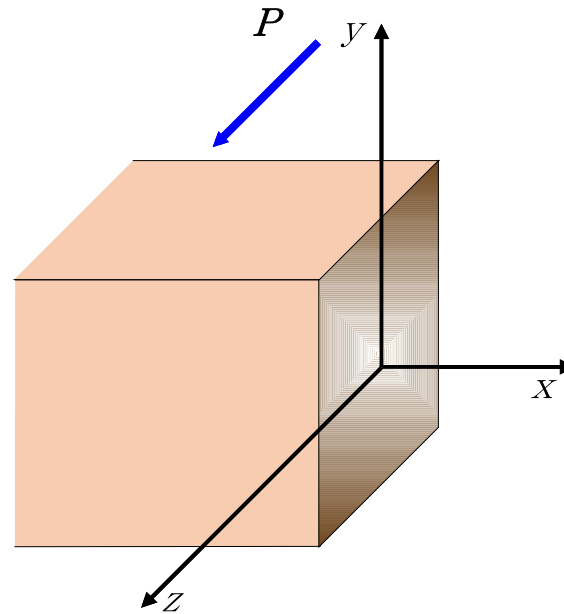


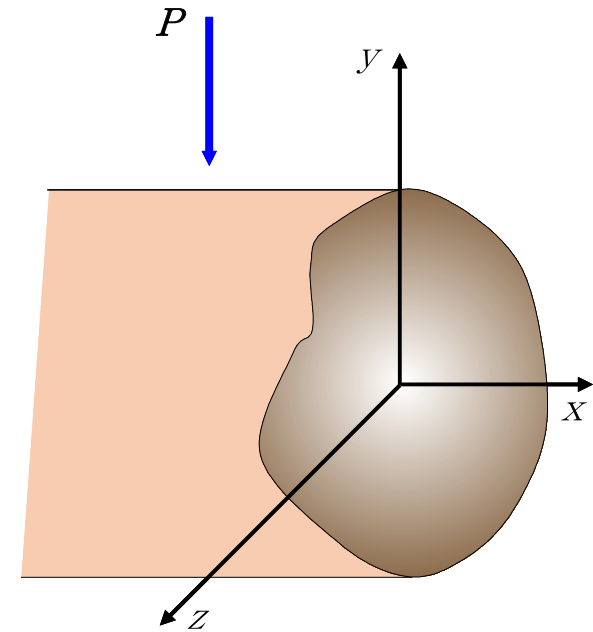
보의 응력



(a) 대칭보



(b) 비대칭보(비대칭하중)



(c) 비대칭보(비대칭단면)

그림 8.1 보

8.2 순수굽힘모멘트를 받는 보의 응력

8.2.1 하중과 형상에 따른 모델링

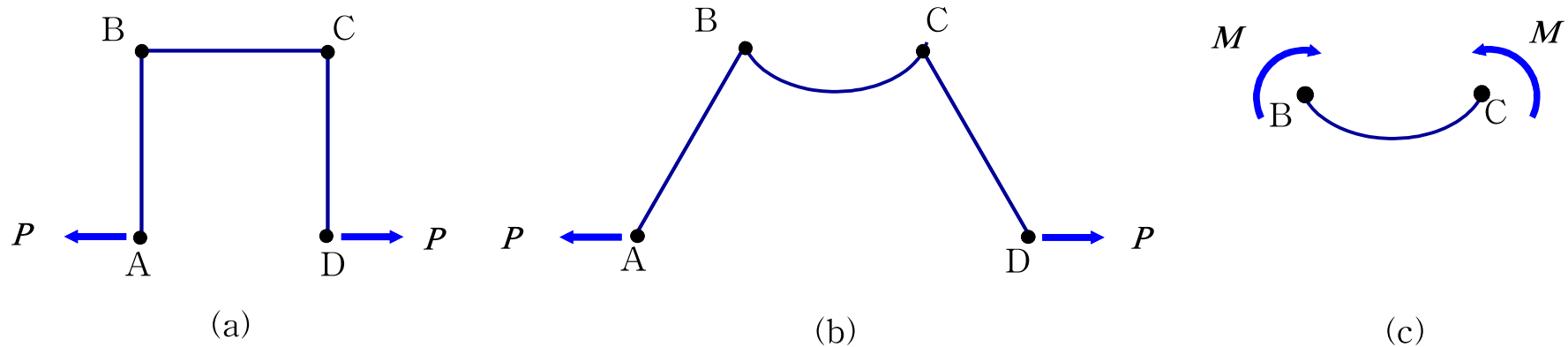
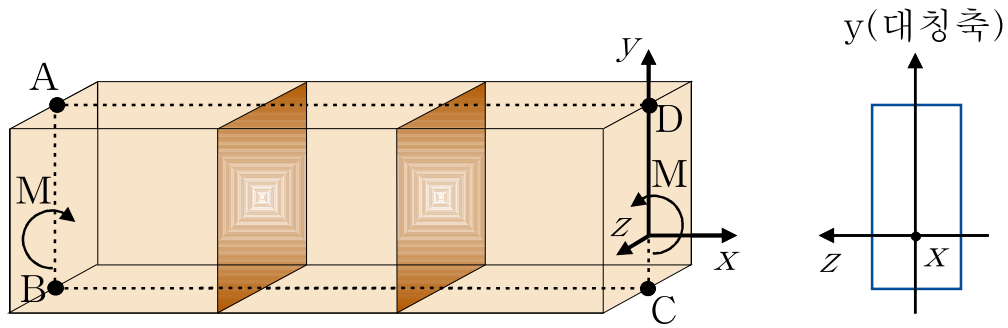


그림 8.2 순수굽힘

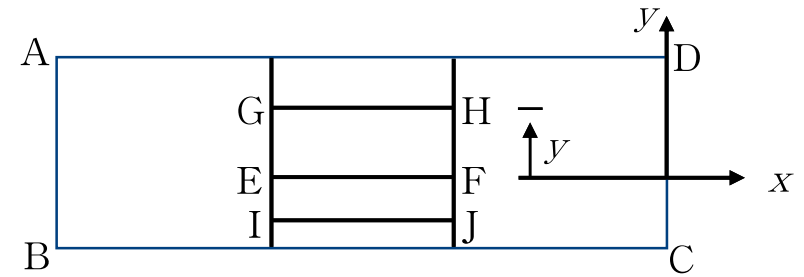
가정

- ① 대칭면에 수직이었던 보의 단면은 변형 후에도 대칭면에 수직인 평면을 유지하며, 이에 따른 모든 전단변형률은 무시한다 ($\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$).
- ② 보는 길이에 비해 폭과 높이가 매우 작으므로 폭과 높이 방향의 수직응력은 무시한다 ($\sigma_y = \sigma_z = 0$).
- ③ 변형 전 직선이었던 길이방향의 선들은 변형 후 곡률반경을 갖는 곡선이 되며, 최초보다 줄어드는 부분, 최초보다 늘어나는 부분, 줄어들지도 늘어나지도 않는 부분이 존재한다.
- ④ 변형량은 매우 작게 일어난다(소변형).

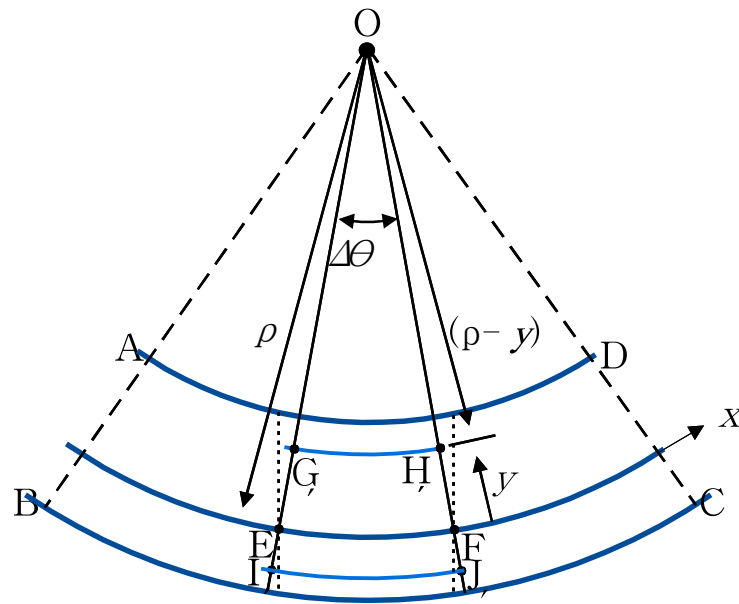
8.2.2 변형률-변위 관계식(기하학적 변형의 적합성)



(a) 양의 순수굽힘모멘트 상태에 놓인 대칭보 (xy면:대칭면)



(b) 대칭면에서 보의 변형전 상태



(c) 대칭면에서 보의 변형 후 상태

그림 8.3 순수굽힘에서 보의 변형상태

$$\varepsilon_x = \frac{GH' - GH}{GH} = \frac{GH' - GH}{EF} = \frac{(\rho - y)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta} = -\frac{y}{\rho} \quad (8.1)$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho} \quad (8.2)$$

$$\therefore \kappa = \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho}$$

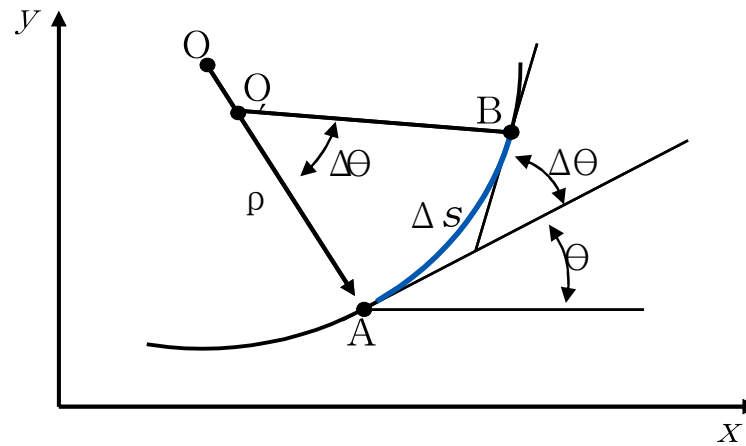


그림 8.4 곡률과 곡률반경

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} = -\kappa y$$

(8.3)

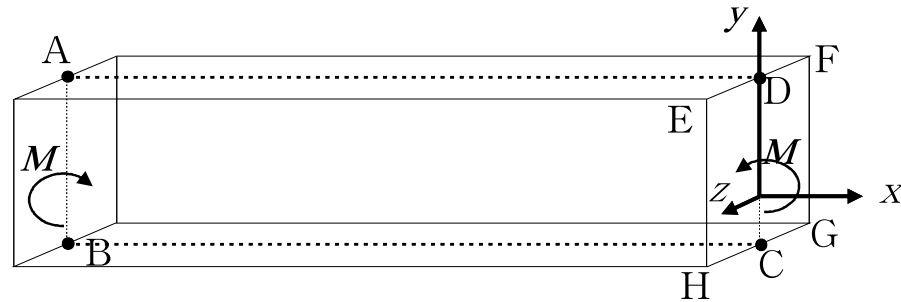
8.2.3 응력-변형률 관계식

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = -\frac{1}{\nu} E \varepsilon_y = -\frac{1}{\nu} E \varepsilon_z \quad (8.4)$$

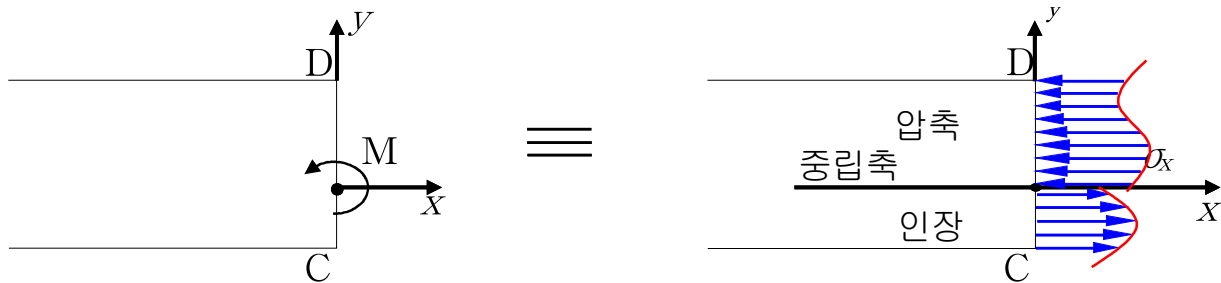
$$\sigma_x = E \varepsilon_x = -E \frac{y}{\rho} = -E \kappa y$$

(8.5)

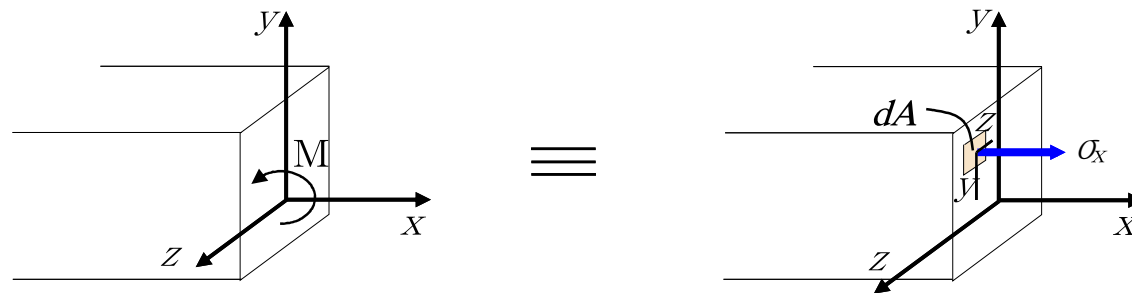
8.2.4 하중-응력 관계식(하중-응력 평형조건의적용)



(a) 양의 순수굽힘모멘트 상태에 놓인 대칭보



(b) 대칭면(xy면)에서 양의 굽힘모멘트와 미지응력분포
(방향은 올바르게 예측된 것이지만 크기의 분포는 아직 모름)



(c) 양의 굽힘모멘트와 양의 y, z 위치에서 미지응력(양의 방향으로 예측)
(해석결과를 일반화시키기 위하여 모든 벡터의 상태를 양의 상태에 놓고
평형조건 적용)

그림 8.5 내력굽힘모멘트(응력의 결과력)와 응력분포

■ 내력과 응력의 평형조건

$$\Sigma F_x = \int \sigma_x dA = 0 \quad (8.6)$$

$$\Sigma M_y = \int z \sigma_x dA = 0 \quad (8.7)$$

$$\Sigma M_z = M - \left(- \int y \sigma_x dA \right) = 0 \quad (8.8)$$

■ 중립축의 위치 (식 (8.6)에서)

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= \int \sigma_x dA = \int -E \cdot \frac{y}{\rho} dA = -\frac{E}{\rho} \int y dA = 0 \\ \frac{E}{\rho} &\neq 0 \text{ 이므로 } \int y dA = 0 \end{aligned} \quad (8.9)$$

$$Q_z = \int y dA = A \cdot y_c$$

■ 대칭축(y축) 설정의 편의성(식 (8.7)에서)

$$\Sigma M_y = \int z \left(-E \frac{y}{\rho} \right) dA = -\frac{E}{\rho} \int yz dA = 0 \quad (8.10)$$

■ 응력의 분포(식 (8.8)에서)

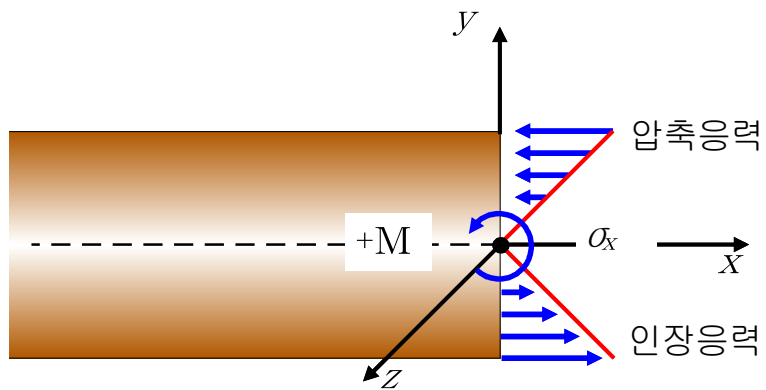
$$\Sigma M_z = M - \left(- \int y \left(- E \frac{y}{\rho} \right) dA \right) = 0 \quad (8.11)$$

$$M = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA = \frac{EI_z}{\rho} \quad (8.12)$$

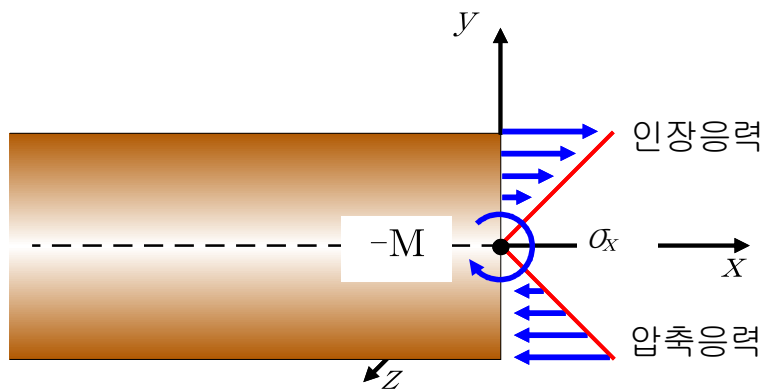
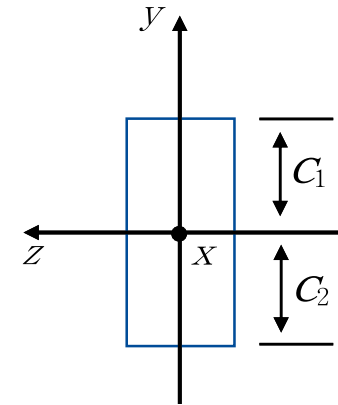
$$\sigma_x \propto \frac{1}{\rho} : \sigma_x = - \frac{Ey}{\rho} \quad (8.5)$$

$$M \propto \frac{1}{\rho} : M = \frac{EI_z}{\rho} \quad (8.12)$$

$$\therefore \sigma_x = - \frac{My}{I_z} \quad (8.13)$$



(a) 양의 굽힘모멘트와 응력분포



(b) 음의 굽힘모멘트와 응력분포

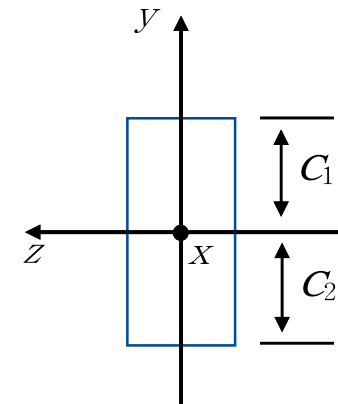


그림 8.6 굽힘모멘트와 응력의 선형분포 $\left(\sigma_x = -\frac{My}{I_z}\right)$

$$\sigma_{\max, \min} = -\frac{MC_1}{I_z} = -\frac{M}{I_z/C_1} \quad (8.14)$$

또는,
$$\sigma_{\max, \min} = \frac{MC_2}{I_z} = \frac{M}{I_z/C_2}$$

$$Z_1 = I_z/C_1, \quad Z_2 = I_z/C_2 \quad (8.15)$$

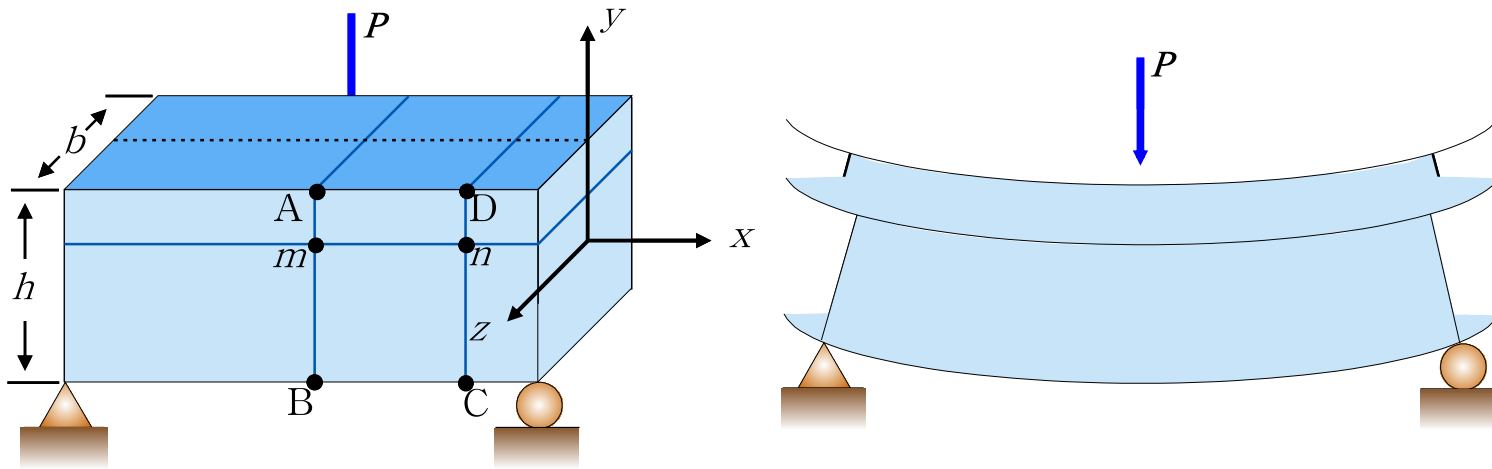
$$Z = I_z/C \quad (8.16)$$

8.3 전단력과 굽힘모멘트를 받는 보의 응력

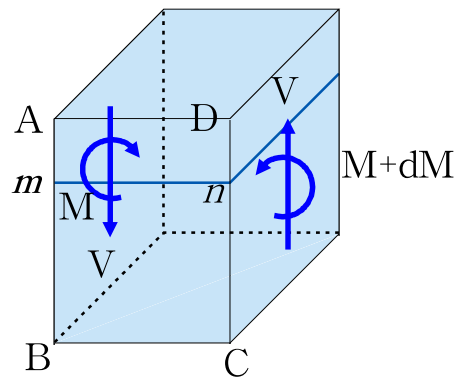
8.3.1 전단력-전단응력 관계식

가정

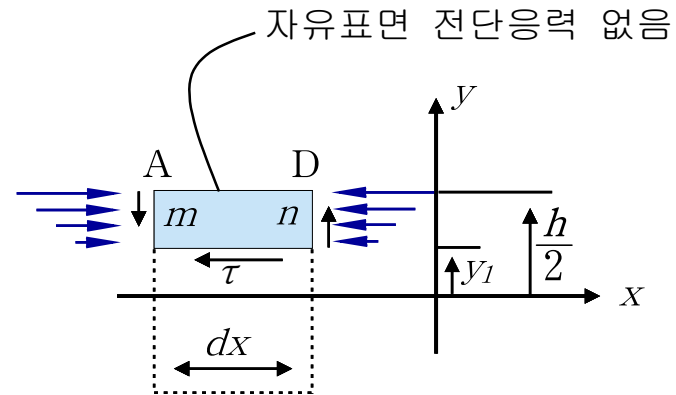
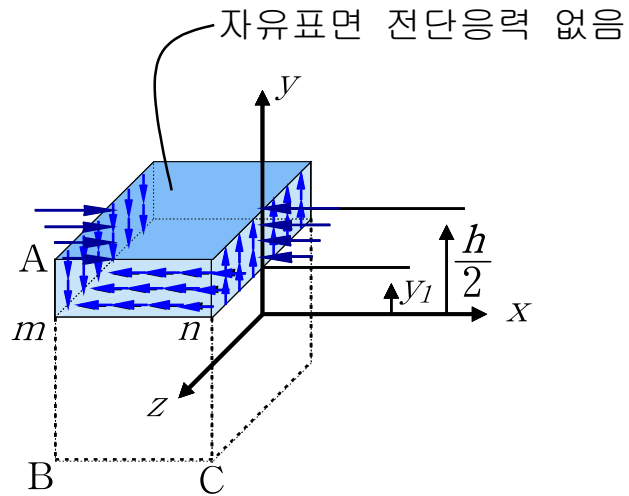
- ① 순수굽힘모멘트에 의해 유도된 응력분포식은 굽힘모멘트가 변하는 단면에서도 유효하게 적용된다.
- ② 전단력에 의해 발생하는 전단응력은 전단력(V)과 평행하다.
- ③ 보의 폭방향으로는 전단응력의 변화가 없고 균일하다.



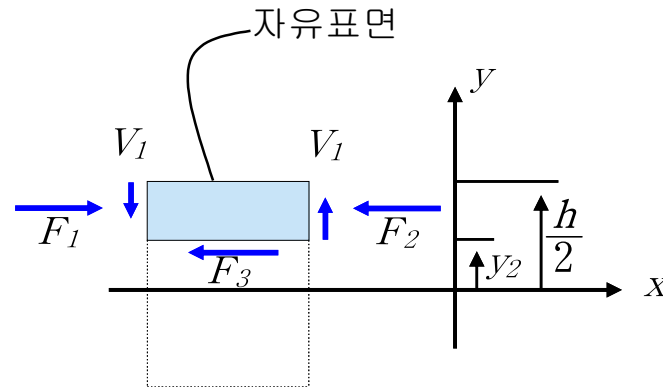
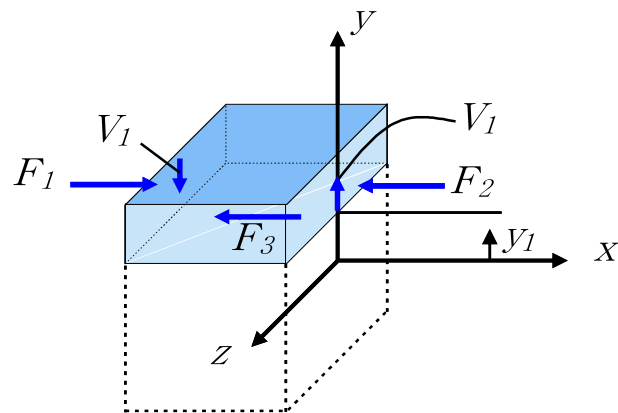
(a) 보에 횡하중이 작용하여 전단력이 생길 때 보가 분리되어 있다면 전단응력에 의해 그림과 같이 미끄럼이 생길 것이다. 보가 일체로 되어 있다면 미끄러지지 못하고 내부에 전단응력이 발생하여 존재하고 있게 된다.



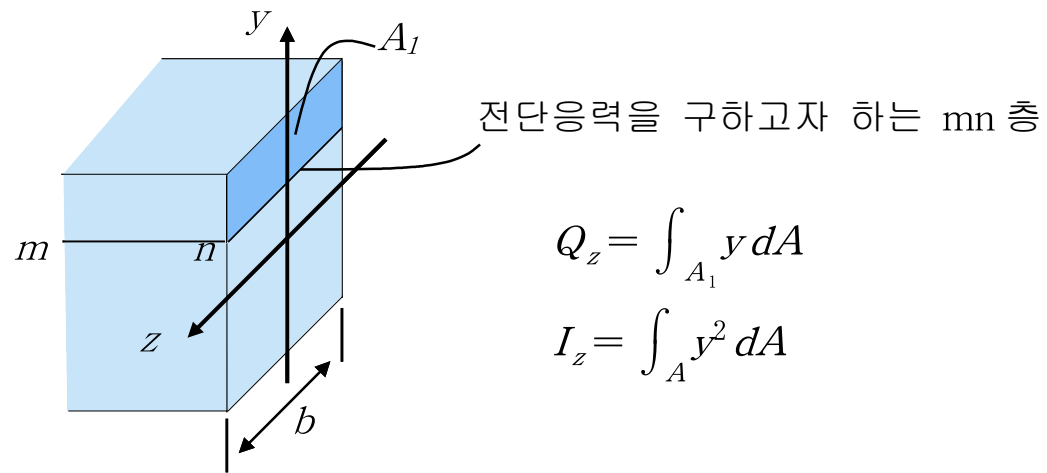
(b) 요소 ABCD에 발생하는 전단력과 모멘트로 전단력은 요소 내 분포하중이 없어 양단면에서 V 로 동일하다. 굽힘모멘트는 전단력의 영향으로 미소량 dM 만큼 변화가 있다.



(c) y_1 위치에서 자른 mn 단면부터 보 높이 끝면(자유표면) 요소($ADmn$)에서 전단력과 굽힘모멘트에 의해 발생하는 전단응력과 굽힘응력. 자유표면에는 전단응력이 존재하지 않으므로 보 높이 끝면부분에는 응력이 표현되지 않았다.



(d) 전단응력과 굽힘응력의 결과력. 굽힘응력의 결과력은 F_1 , F_2 이고 x 방향으로 작용하고, 전단응력의 결과력은 F_3 , V_1 이다. F_3 는 x 방향으로 작용하지만 V_1 은 양단면에서 y 방향으로 서로 반대방향으로 작용하고 크기가 같다.



(e) 전단응력 공식의 적용

그림 8.12 전단력과 굽힘모멘트에 의한 보 속의 응력

$$\Sigma F_x = F_1 - F_2 - F_3 = 0 \quad (8.17)$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{A_1} \sigma_x dA = \int_{A_1} \frac{My}{I_z} dA \\ F_2 &= \int_{A_1} (\sigma_x + d\sigma_x) dA = \int_{A_1} \frac{(M + dM)y}{I_z} dA \\ F_3 &= \tau b dx \end{aligned} \quad (8.18)$$

$$\begin{aligned} \tau b dx &= - \frac{dM}{I_z} \int_{A_1} y dA \\ \tau &= - \left(\frac{dM}{dx} \right) \frac{1}{I_z b} \int_{A_1} y dA \end{aligned} \quad (8.19)$$

$$\tau = - \frac{VQ_z}{I_z b}$$

(8.20)



8.3.2 최대굽힘응력과 최대전단응력 크기비교

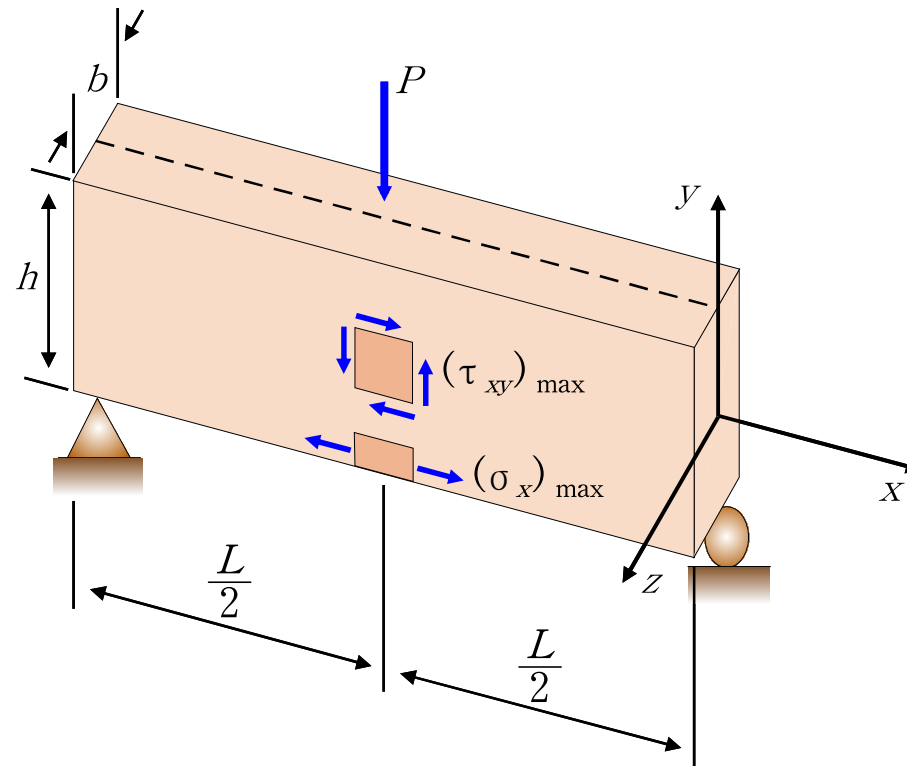


그림 8.20 중앙에 집중하중을 받는 단순지지 직사각단면보

$$M = \frac{PL}{4}$$

$$V = \frac{P}{2}$$

$$\sigma_x = -\frac{My}{I_z} : y = -\frac{h}{2}, \quad I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$\tau = \frac{VQ_z}{I_z b} : b = b, \quad Q_z = \frac{bh^2}{8}, \quad I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$(\sigma_x)_{\max} = \frac{3}{2} \frac{PL}{bh^2}$$

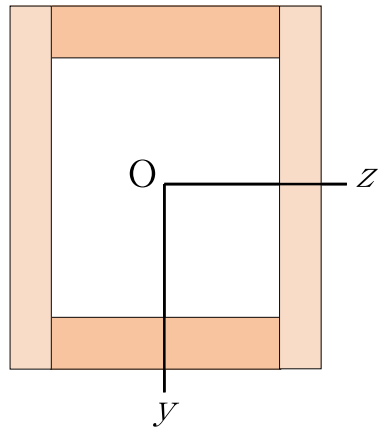
$$(\tau_{xy})_{\max} = \frac{3}{4} \frac{P}{bh}$$
(8.23)

$$\frac{(\tau_{xy})_{\max}}{(\sigma_x)_{\max}} = \frac{1}{2} \frac{h}{L}$$
(8.24)

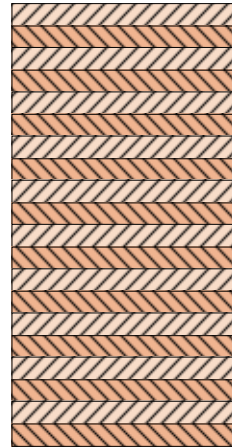


8.4 조립보와 합성보

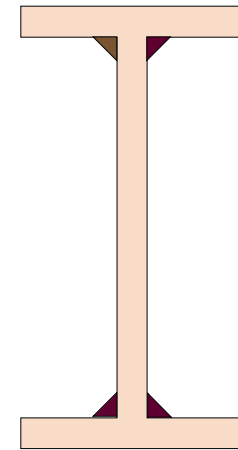
8.4.1 조립보



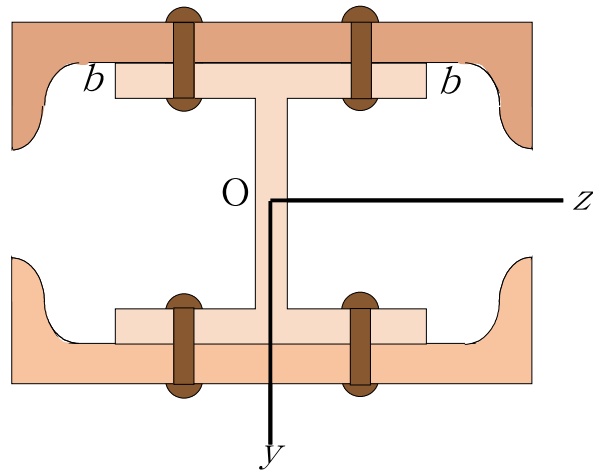
(a) 접착



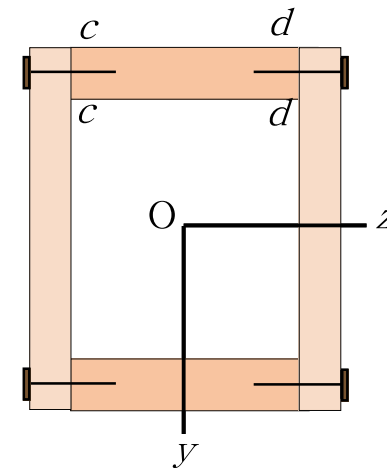
(b) 접착제



(c) 용접



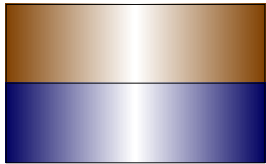
(d) 리벳



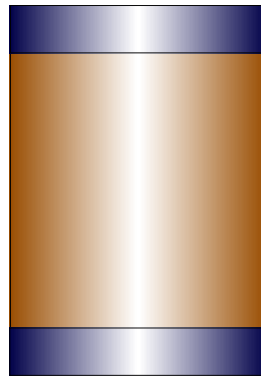
(e) 못

그림 8.27

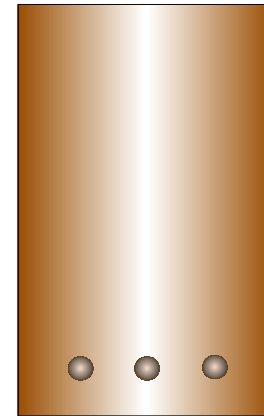
8.4.2 합성보



(a) 두 가지 금속으로 된 보



(b) 샌드위치보



(c) reinforced-concrete 보

그림 8.30