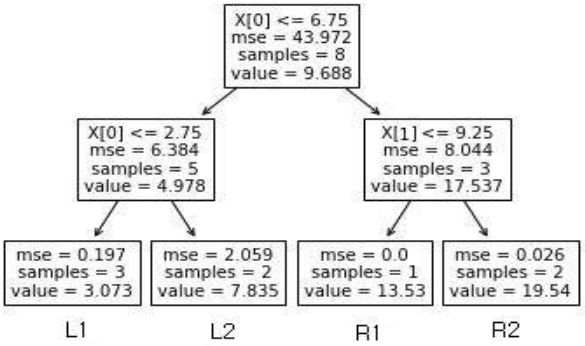
(최종답은 소수점이하 3째짜리까지 사용) (기말시험시 계산기 지참)

1. DT regression

훈련자료(n=8)의 나무구조가 다음과 같을 때, 노드이름은 L1, L2, R1, R2.



(1) L1에서 X[0],X[1]의 범위를 구하시오.

(2) L2에서 X[0],X[1]의 범위를 구하시오.

(3) R1에서 X[0],X[1]의 범위를 구하시오.

(4) R2에서 X[0],X[1]의 범위를 구하시오.

(5) $\boldsymbol{x}_t$=(X[0],X[1])=(3,4) 인 경우, $y(\boldsymbol{x}_t)$의 예측값 $\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$을 구하시오.

(6) $\boldsymbol{x}_t$=(X[0],X[1])=(10,4) 인 경우, $y(\boldsymbol{x}_t)$의 예측값 $\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$을 구하시오.

sol)

(1) X[0]<=6.75 & X[0]<=2.75 → X[0]<=2.75, -∞<X[1]<∞

(2) X[0]<=6.75 & X[0]>2.75 → 2.75<X[0]<=6.75, -∞<X[1]<∞

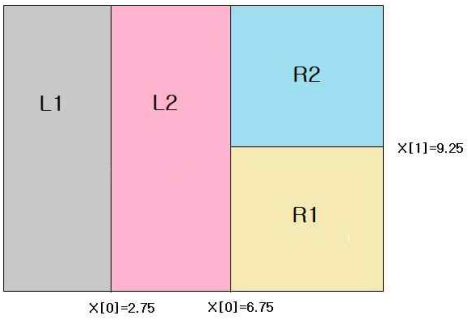
(3) X[0]>6.75 & X[1]<=9.25

(4) X[0]>6.75 & X[1]>9.25

(5) X[0]=3 & X[1]=4 ~ 2.75<X[0]<=6.75 → L2 → $\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$=3.073

(6) X[0]=10 & X[1]=4 ~ X[0]>6.75 & X[1]<=9.25 → R1 → $\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$=13.53

그림으로:



2. kNN regression

훈련자료: n=5, p=1

x(x[0])	1.5	2.5	3.5	4.5	6
y	3	4	5	6	10

(1) $x_t = 2$인 경우, $y(x_t)$의 예측값 $\hat{y}(x_t)$을 구하시오. (최근접 데이터 포인트 2개 이용)

(2) $x_t = 5$인 경우, $y(x_t)$의 예측값 $\hat{y}(x_t)$을 구하시오. (최근접 데이터 포인트 3개 이용)

sol)

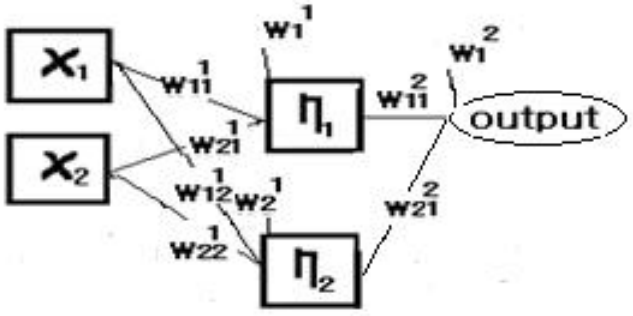
(1) $x_t = 2$ ~ x=2에 가장 가까운 훈련자료(x,y) 2개=(1.5, 3), (2.5, 4)

→ y값의 평균=$\frac{1}{2}(3+4) = 3.5$ → $\hat{y}(2) = 3.5$

(2) $x_t = 5$ ~ x=5에 가장 가까운 훈련자료(x,y) 3개=(3.5, 5), (4.5, 6), (6, 10)

→ y값의 평균=$\frac{1}{3}(5+6+10) = 7$ → $\hat{y}(5) = 7$

3. NN



$\boldsymbol{x}_t = (x_1, x_2) = (1,1)$, $(w_{11}^1, w_{12}^1, w_1^1) = (1, -0.5, -1)$, $(w_{21}^1, w_{22}^1, w_2^1) = (1, 0.5, 0)$,

$(w_{11}^2, w_{21}^2, w_1^2) = (-1, -0.5, 1)$,

(1) (은닉층 in) z_1^1, z_2^1 을 구하시오.

(2) 은닉층 활성함수(activation function, f_h)이 identity 인 경우

① (은닉층 out) z_1^2, z_2^2 을 구하시오.

② 출력층 활성함수(activation function, f_o)이 identity 인 경우 output을 구하시오.

③ 출력층 활성함수(activation function, f_o)이 sigmoid 인 경우 output을 구하시오.

(3) 활성함수(activation function, f_h)이 ReLU 인 경우

① (은닉층 out) z_1^2, z_2^2 을 구하시오.

② 출력층 활성함수(activation function, f_o)이 identity 인 경우 output을 구하시오.

③ 출력층 활성함수(activation function, f_o)이 sigmoid 인 경우 output을 구하시오.

sol)

(1)

$z_1^1 = x_1 w_{11}^1 + x_2 w_{21}^1 + w_1^1 + w_0^1 = 1*1 + 1*(-0.5) + (-1) = -0.5$,

$z_2^1 = x_1 w_{12}^1 + x_2 w_{22}^1 + w_2^1 + w_2^1 = 1*1 + 1*(0.5) + 0 = 1.5$

(2) $f_h(t) = t$

① $z_1^2 = f_h(z_1^1) = f_h(-0.5) = -0.5$, $z_2^2 = f(z_2^1) = f(1.5) = 1.5$

② $z^2 = z_1^2 w_{11}^2 + z_2^2 w_{21}^2 + w_1^2 = -0.5*(-1) + 1.5*(-0.5) + (1) = 0.75$

output($\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$)= $f_o(z^2) = z^2 = 0.75$

③ output($\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$)=$f_0(z^2) = \dfrac{1}{1+e^{-z^2}} = \dfrac{1}{1+e^{-0.75}} = 0.679$

(3) f(t)=max(0,t)

① $z_1^2 = f_h(z_1^1) = f_h(-0.5) = 0,\ z_2^2 = f_h(z_2^1) = f_h(1.5) = 1.5$

② $z^2 = z_1^2 w_{11}^2 + z_2^2 w_{21}^2 + w_1^2 = -1*0 + (1.5)*(-0.5) + (1) = 0.25$

output($\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$)= $f_0(z^2) = z^2 = 0.25$

③ output($\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$)=$f_0(z^2) = \dfrac{1}{1+e^{-z^2}} = \dfrac{1}{1+e^{-0.25}} = 0.562$

4. SVR

훈련자료: n=5

$(\alpha_1,\alpha_1^*) = (0,0),\ \alpha_2 = 1.5,\ (\alpha_3,\alpha_3^*) = (0,0),\ (\alpha_4,\alpha_4^*) = (0,0),\ \alpha_5^* = 2.5$

$K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_1) = 0.8,\ K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_2) = 0.4, K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_3) = 0.8,\ K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_4) = 0.9,\ K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_5) = 0.6$

$b = 1.2$ 인 경우

(1) $y(\boldsymbol{x}_t)$의 예측값 $\hat{y}(\boldsymbol{x}_t)$을 구하시오.

sol)

* $\alpha_i \geq 0, \alpha_i^* \geq 0, \alpha_i \times \alpha_i^* = 0$ 이용

$(\alpha_1,\alpha_1^*) = (0,0),\ (\alpha_2,\alpha_2^*) = (1.5,0),\ (\alpha_3,\alpha_3^*) = (0,0),\ (\alpha_4,\alpha_4^*) = (0,0),\ (\alpha_5,\alpha_5^*) = (0,2.5)$

$\hat{y}(\boldsymbol{x}_t) = \sum_{i=1}^{n} K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_i)(\alpha_i - \alpha_i^*) + b = K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_2)(\alpha_2 - \alpha_2^*) + K(\boldsymbol{x}_t,\boldsymbol{x}_2)(\alpha_5 - \alpha_5^*) + b$

=0.8*(1.5-0)+0.6*(0-2.5)+1.2=0.9

5. clustering

$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.9 \\ -1 & 1 \\ 1.5 & 1 \end{bmatrix}$(n=3, p=2) 인 경우.

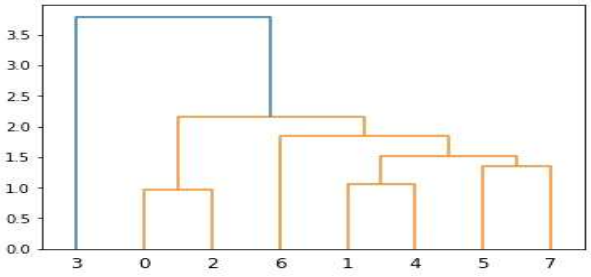
(1) 거리행렬$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix}$을 구하시오. (Euclidean distance 이용)

(2) 거리행렬$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix}$을 구하시오. (Cityblock distance 이용)

(3) (2)이용, 최단연결법(single linkage method)을 이용하여 (X_1, X_2)와 (X_3)간의 거리를 구하시오.

(4) (2)이용, 평균연결법(average linkage method)을 이용하여 (X_1, X_2)와 (X_3)간의 거리를 구하시오.

(5) dendrogram이 다음과 같을 때 자료를 4개의 군집으로 나누시오.



sol)

(1) $X_1=(0.5,0.9), X_2=(-1,1), X_3=(1.5,1)$

$d_{11}=d_{22}=d_{33}=0,$

$d_{12}=d_{21}=\sqrt{(0.5-(-1))^2+(0.9-1)^2}=\sqrt{2.26}=1.503$

$d_{13}=d_{31}=\sqrt{(0.5-1.5)^2+(0.9-1)^2}=1.005$

$d_{23}=d_{32}=\sqrt{(-1-1.5)^2+(1-1)^2}=2.5$

$\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}0 & 1.503 & 1.005\\ 1.503 & 0 & 2.5\\ 1.005 & 2.5 & 0\end{pmatrix}$ (대각원소=0, 대칭행렬)

(2) $d_{11}=d_{22}=d_{33}=0,$

$d_{12}=d_{21}=|0.5-(-1)|+|0.9-1|=1.6$

$d_{13}=d_{31}=|0.5-1.5|+|0.9-1|=1.1$

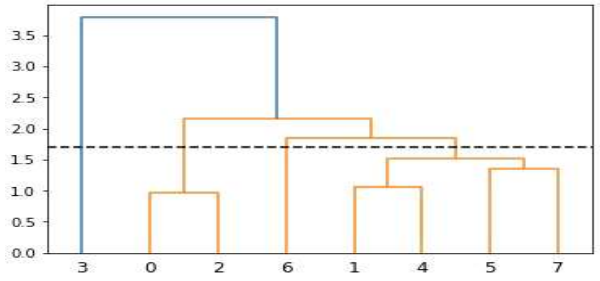
$d_{23}=d_{32}=|-1-1.5|+|1-1|=2.5$

$\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}0 & 1.6 & 1.1\\ 1.6 & 0 & 2.5\\ 1.1 & 2.5 & 0\end{pmatrix}$

(3) (X_1,X_2)와 (X_3)간의 거리=$d_{(X_1,X_2)(X_3)}=\min(d_{13},d_{23})=\min(1.1,2.5)=1.1$

(4) (X_1,X_2)와 (X_3)간의 거리=$d_{(X_1,X_2)(X_3)}=ave(d_{13},d_{23})=ave(1.1,2.5)=1.8$

(6)



(3), (0,2), (6), (1,4,5,7)