전기회로 강의노트

2018학년 2학기

안 상 호

인제대학교 전자IT기계자동차공학부

제 2장. 전압과 전류 (voltage and current)

■ 전하(electric charge)

- 전하는 전기현상을 일으키는 물질이 갖고 있는 전기량임
- 전하는 양전하(+)와 음전하(-)로 나눌 수 있음
- 동일한 부호의 전하 사이에는 서로 밀어내는 척력이 작용하고, 다른 부호의 전하 사이에는 서로 잡아당기는 인력이 작용함
- 단위는 [C], 쿨롬(Coulomb)

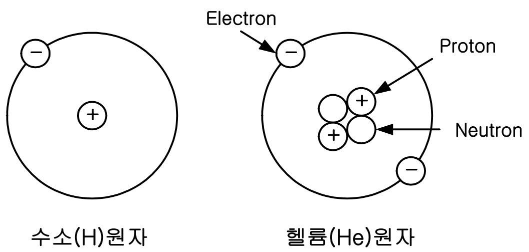
■ 원자구조

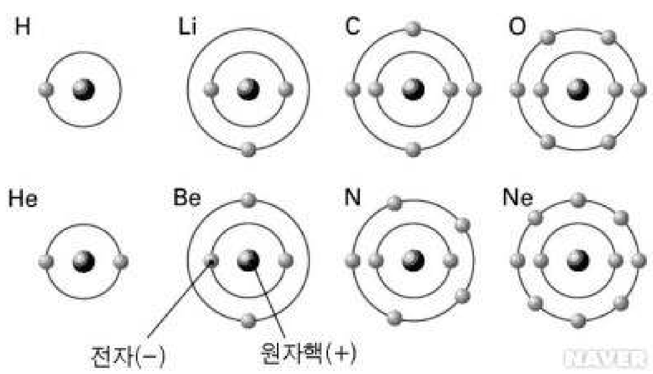
- 원자(atom)
  - 전자(electron) (−)
  - 핵(nucleus)
    - 양성자(proton) (+)
    - 중성자(neutron)

(−) : 음전하(negative charge)
(+) : 양전하(positive charge)

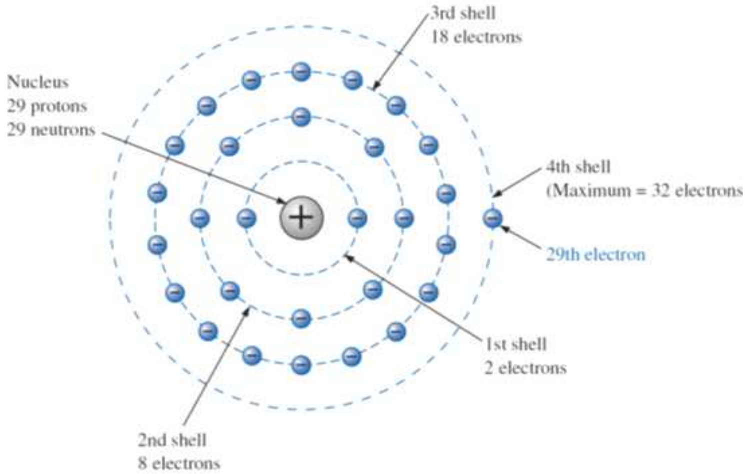
- 원자내의 전자수와 양성자의수는 같음 (원자는 전기적으로 중성임)
- 핵주위의 shell이라 불리는 궤도들에 전자가 분포 (전자의 수가 원자번호임)
- n번째 shell에 포함될 수 있는 최대 전자개수: $2n^2$ (2, 8, 18, 32, …)

- 원자구조의 예

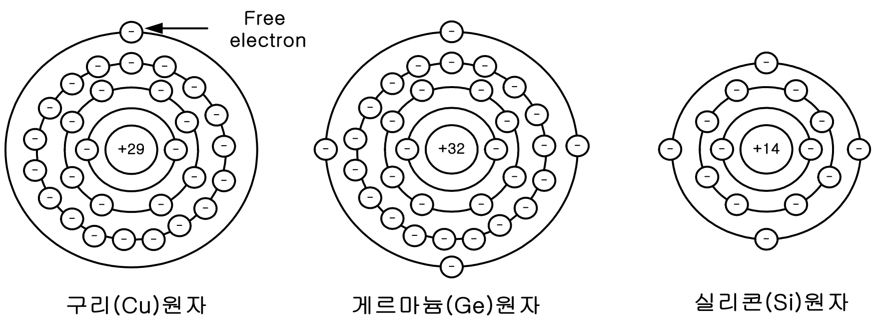




<원자들의 전자수(원자번호) 예>



< 구리원자(원자번호 29)의 구조 >



- 최외각 궤도의 전자(가전자(valence electron))의 수가 적을수록 전도에 기여하는 자유전자(free electron)가 됨
  - 구리(Cu)는 가전자의 수가 1개인 원자이므로 도체(conductor)임
- 전자 1개의 전하는 1.602×10^{-19} [C]
  → 1쿨롬은 전자 $1(1.602\times10^{-19})=6.242\times10^{18}$개의 전기량임

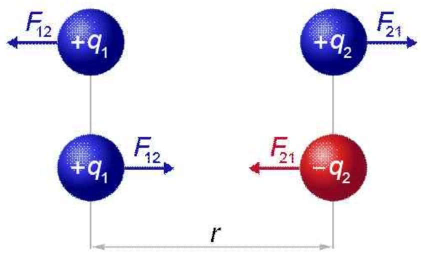
분류	원소	기호	원자번호	가전자(최외각전자) 수	
금속 도체	은	Ag	47	+1	1~3
	구리	Cu	29	+1	
	금	Au	79	+1	
	알루미늄	Al	13	+3	
	철	Fe	26	+2	
반도체	탄소	C	6	+4	4
	실리콘	Si	14	+4	
	게르마늄	Ge	32	+4	
절연체	네온	Ne	10	+8	5~8
	아르곤	Ar	18	+8	

■ 쿨롬법칙(Coulomb’s law)

- 거리가 $r[m]$인 두 전하(Q_1, Q_2)간에 작용하는 힘
  - 동일 극성의 전하는 서로 밀고(척력), 다른 전하는 당기는(인력) 특성을 가짐

$$\boxed{F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}} \quad \text{(newton, N)}$$

여기서 $k = 9.0 \times 10^9 \;\; Nm^2/C^2$



$$F_{12} = F_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

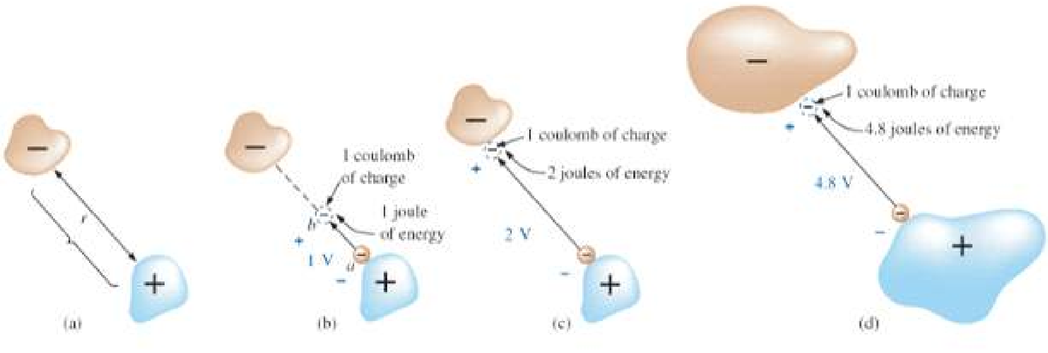
■ 전압(voltage) (또는 전위차(electric potential difference))

- 1쿨롬의 전하가 두 점 사이를 이동할 때 얻거나 잃는 에너지(J, joule)
- 전압 1볼트(volt)는 1쿨롬의 전하가 두 점간을 이동할 때 얻거나 잃는 에너지가 1주울(joule)일 때의 전위차임

$$\boxed{V = \frac{W}{Q}}$$

V = volt (V)
W = joules (J)
Q = coulombs (C)

- 두 점사이의 전압(전위차)의 예



<(b)의 경우>

- a점에 있는 1[C]의 전자 (-)전하를 b점으로 이동시키는데 1J의 에너지가 소모될 때, b와 a간의 전위차는 1V이다.
- b와 a간의 전위차는 1V이면, b점에 위치한 전자가 a점으로 이동할 때 1[J]의 에너지를 발생한다.

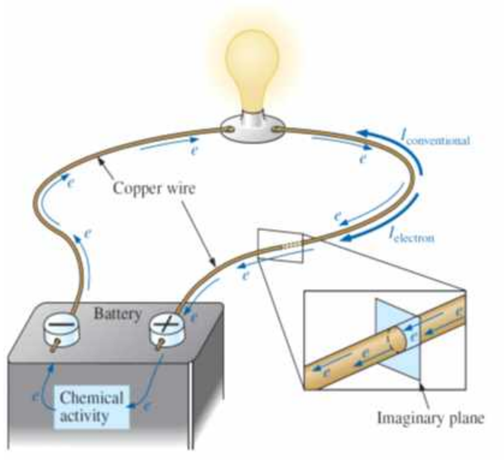
■ 전류(current)

▪ 어느 단면을 단위시간에 통과하는 전하의 양

$$I = \frac{Q}{t}$$

I = amperes (A)
Q = coulombs (C)
t = time (s)

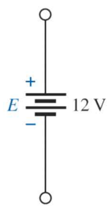
→ 1초에 1[C]의 전하(6.242×10^{18}개의 전자)가 가상의 단면을 이동할 때 전류 1[A]가 흐른다고 함



<기본적 전기회로>

■ 전압원(voltage source)

▪ 출력전류에 무관하게 일정 전압을 발생시키는 회로소자 (내부저항은 영임)



<직류(direct current: dc) 전압원의 기호>

▪ 직류 전압원(dc voltage sources)

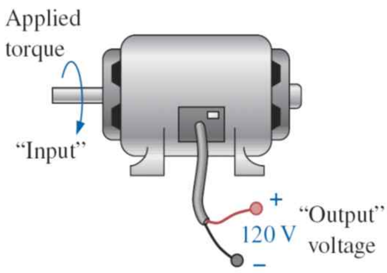
① 배터리(batteries)

- 1차 전지(primary cells): 재충전이 되는 않는 배터리
- 2차 전지(secondary cells): 재충전이 가능한 배터리

<1차 전지>

<2차 전지>

② 발전기(generator)



③ 전원공급기(power supply)

④ 태양전지(solar cells)

⑤ 연료전지(fuel cells)

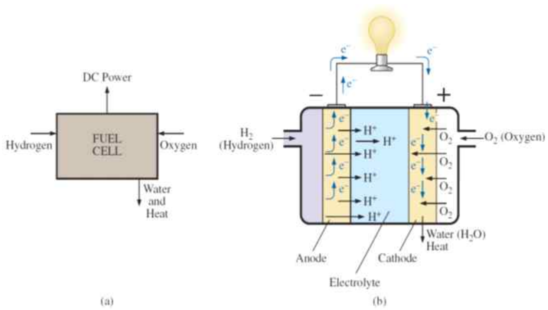


FIG. 2.21 *Fuel cell (a) components; (b) basic construction.*

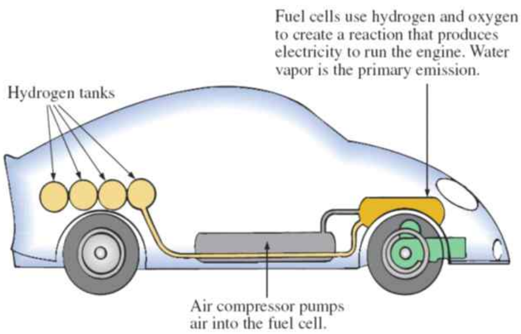
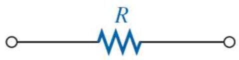


FIG. 2.22 *Hydrogen fuel-cell automobile.*

제 3장. 저항 (resistance)

▪ 저항 : 전기회로에서 전하의 흐름을 방해하는 작용 (단위는 오옴(ohm), Ω)

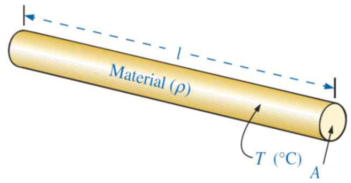


<저항의 기호>

▪ 물체의 저항

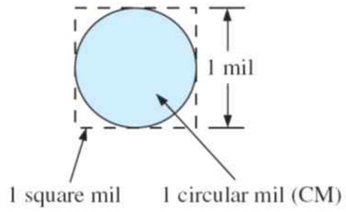
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

ρ = CM-Ω/ft at T=20℃ (물질의 저항성(resistivity))
l = feet
A = area in circular mils (CM)



- Circular Mil (CM)

$$1\,mil = \frac{1}{1000} in \qquad \text{또는} \qquad 1000\,mil = 1\,in \qquad (\text{참고: } 1\,in = 2.54cm)$$

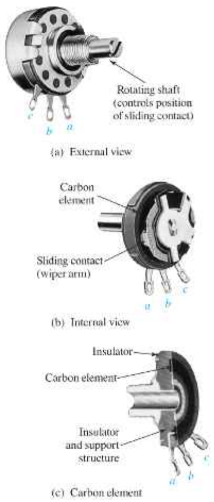


<Circular mil의 정의>

- 저항(resistor)의 종류

① 고정저항(fixed resistor) : 2단자 양단의 저항이 일정함

② 가변저항(variable resistor) : 중간단자(b단자)의 위치에 따라 저항이 가변됨
a단자와 b단자 양단의 저항은 일정함



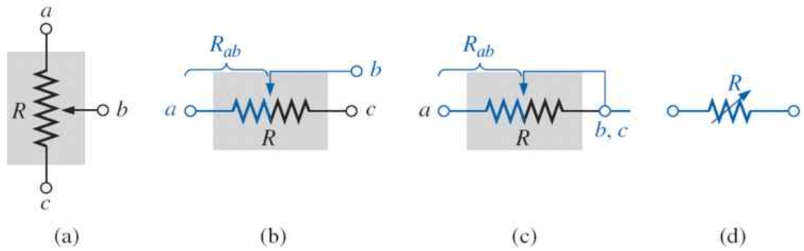
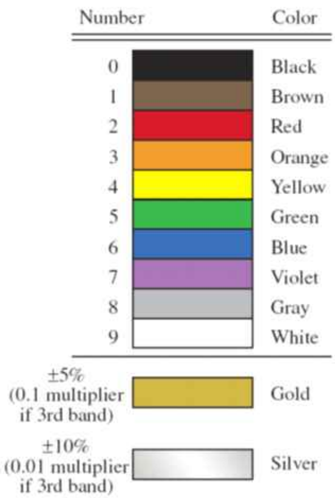
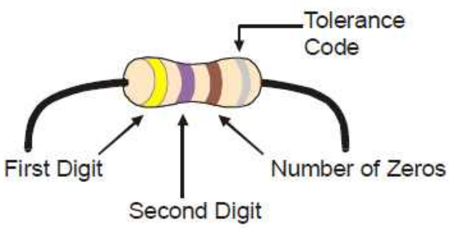


FIG. 3.16 *Potentiometer: (a) symbol; (b) and (c) rheostat connections; (d) rheostat symbol.*

- 저항값 읽기





흑(Black), 갈(Brown), 적(Red), 등(Orange), 황(Yellow),
녹(Green), 청(Blue), 자(Violet), 회(Gray), 백(White)

저항 예	칼라 코딩	저항값	저항값 범위
 **FIG. 3.23** *Example 3.11.*	갈색(1), 적색(2), 등색(3)	$12\times10^{3}\Omega=12k\Omega$	$11.4k\Omega$ ~ $12.6k\Omega$
	금색	오차범위 ±5%	
 **FIG. 3.24** *Example 3.12.*	회색(8), 적색(2), 금색	$82\times10^{-1}\Omega=8.2\Omega$	7.38Ω ~ 9.02Ω
	은색	오차범위 ±10%	

제 4장. 오옴법칙, 전력 및 에너지 (Ohm's law, Power and Energy)

■ 오옴의 법칙(Ohm's law)

▪ 전압(E)는 전류(I)에 비례하며, 비례상수는 저항(R)이다.

$$\boxed{E = I \cdot R}$$

E : 전압 (전위차) [V]
I : 전류 [A]
R : 저항 [Ω]

$$\left(I = \frac{E}{R},\ R = \frac{E}{I}\right)$$

▪ 1Ω의 저항(R)양단에 1V의 전압(E)이 인가되면 저항으로 1A의 전류(I)가 흐른다.

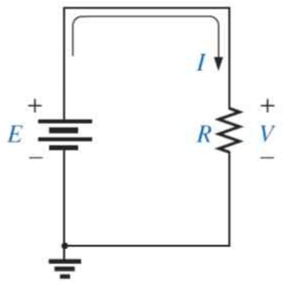


FIG. 4.2 Basic circuit.

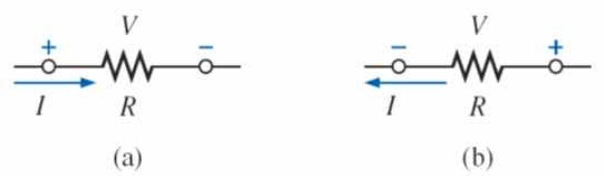


FIG. 4.3 Defining polarities.

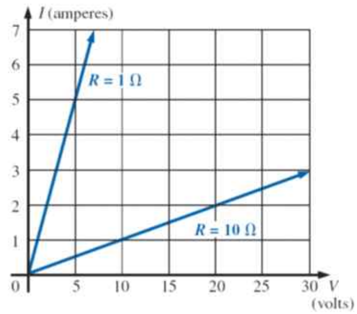


FIG. 4.7 Demonstrating on an I-V plot that the lower the resistance, the steeper is the slope.

■ 전력(Power)

▪ 힘(P)은 단위시간당 소모하는 에너지(W)이다.

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$ (watts, W 또는 joules/second, J/s)

▪ 전력(P): 전기의 힘

$$\boxed{P = V \cdot I}$$ (watts, W) $\quad P = \frac{V^2}{R},\ P = I^2R$

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad (\because)\ I = \frac{V}{R}$$

$$P = I^2R \qquad (\because)\ V = IR$$

■ 에너지(Energy)

▪ 에너지는 시간 t동안 사용한 힘(P)이다.

$$\boxed{W = P \cdot t}$$ (wattseconds, Ws 또는 joules)

제 5장. 직렬 dc회로 (series dc circuits)

■ 직렬 저항 (series resistor)

N개의 저항들이 직렬로 연결되었을 때 전체저항은 각 저항의 합과 같다.

$$\boxed{R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdot\cdot\cdot + R_N}$$

예) 전체 저항 $R_T = 10\Omega + 30\Omega + 100\Omega = 140\Omega$

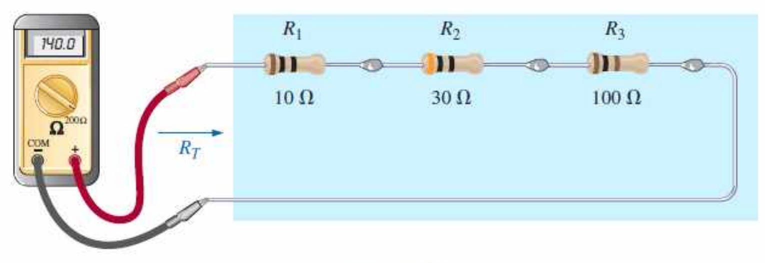


FIG. 5.11
Using an ohmmeter to measure the total resistance of a series circuit.

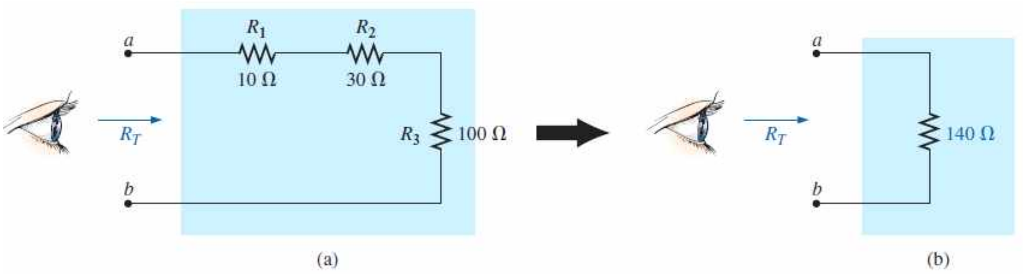


FIG. 5.13
Resistance "seen" at the terminals of a series circuit.

■ 직렬 회로 (serial circuits)

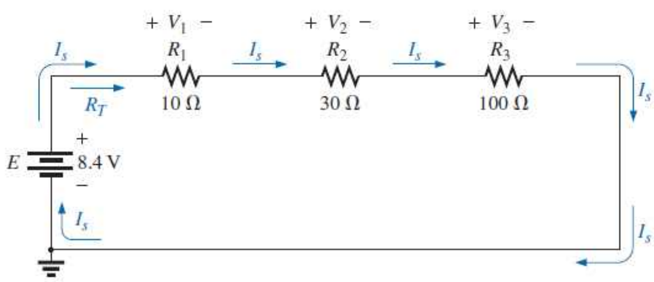


FIG. 5.12
Schematic representation for a dc series circuit.

- 직렬회로에서 흐르는 전류(I_s)는 모든 위치에서 동일하다.
- 직렬회로의 전류 : $I_s = \dfrac{E}{R_T}$ $\left(= \dfrac{8.4\,V}{140\Omega} = 0.06A = 60mA\right)$

• 각 저항간의 전압 :

$$V_1 = R_1 I_s \quad \Rightarrow \quad V_1 = 10\Omega \times 60mA = 0.6\,V$$

$$V_2 = R_2 I_s \quad \Rightarrow \quad V_2 = 30\Omega \times 60mA = 1.8\,V$$

$$V_3 = R_3 I_s \quad \Rightarrow \quad V_3 = 100\Omega \times 60mA = 6.0\,V$$

• <u>직렬회로에서 인가 전압 E는 각 저항전압의 합과 같다.</u>

$$\boxed{E = V_1 + V_2 + V_3} \quad \Rightarrow \quad 8.4\,V = 0.6\,V + 1.8\,V + 6.0\,V = 8.4\,V$$

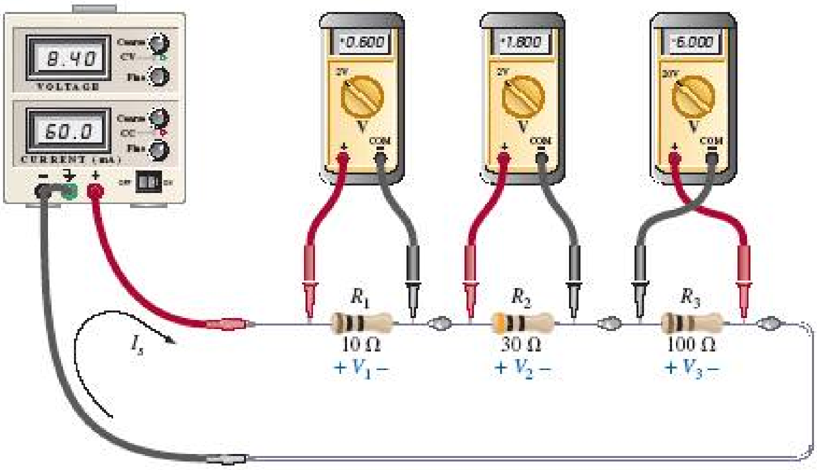


FIG. 5.19

Using voltmeters to measure the voltages across the resistors in Fig. 5.12.

<각 저항 양단의 전압측정 (전압계는 병렬로 연결)>

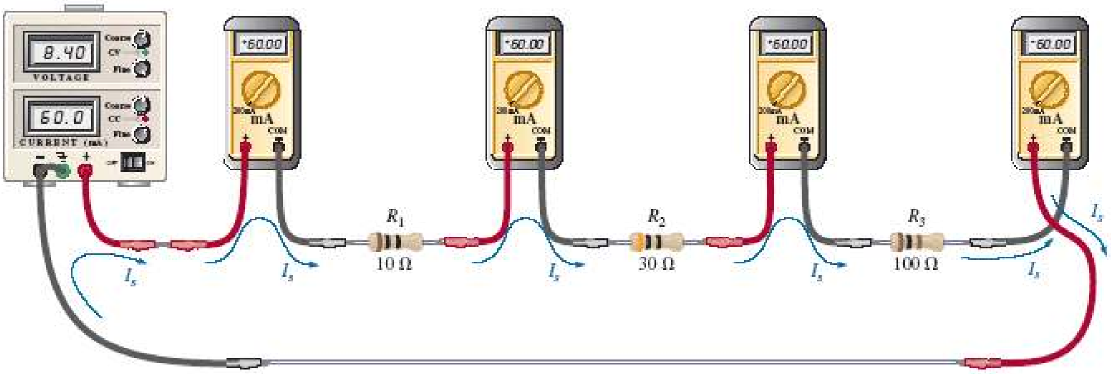


FIG. 5.20

Measuring the current throughout the series circuit in Fig. 5.12.

<모든 회로위치에 흐르는 전류측정 (전류계는 직렬로 연결)>

■ 직렬 회로의 전력분배

- 직렬회로에서 전원에서 제공하는 전력은 각 저항에서 소모하는 전력의 합과 같다.

$$\boxed{P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}}$$

$$P_E = I_s V_1 + I_s V_2 + I_s V_3 = I_s(V_1 + V_2 + V_3) = I_s E$$

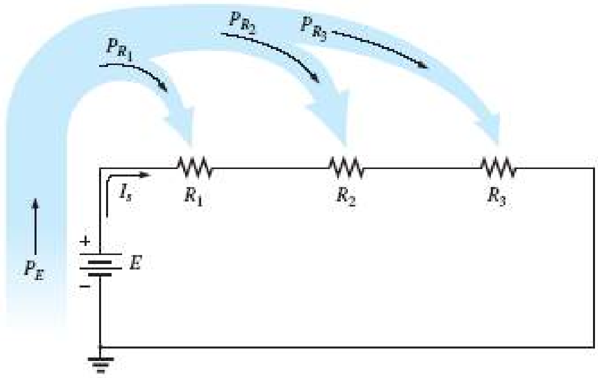


FIG. 5.21
Power distribution in a series circuit.

EXAMPLE 5.7 For the series circuit in Fig. 5.22 (all standard values):

a. Determine the total resistance R_T.
b. Calculate the current I_s.
c. Determine the voltage across each resistor.
d. Find the power supplied by the battery.
e. Determine the power dissipated by each resistor.
f. Comment on whether the total power supplied equals the total power dissipated.

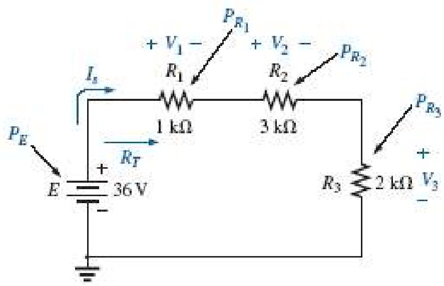


FIG. 5.22
Series circuit to be investigated in Example 5.7.

Solutions:

a. $R_T = R_1 + R_2 + R_3$
$= 1\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega$
$R_T = \mathbf{6\text{ k}\Omega}$

b. $I_s = \dfrac{E}{R_T} = \dfrac{36\text{ V}}{6\text{ k}\Omega} = \mathbf{6\text{ mA}}$

c. $V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (6\text{ mA})(1\text{ k}\Omega) = \mathbf{6\text{ V}}$
$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (6\text{ mA})(3\text{ k}\Omega) = \mathbf{18\text{ V}}$
$V_3 = I_3R_3 = I_sR_3 = (6\text{ mA})(2\text{ k}\Omega) = \mathbf{12\text{ V}}$

d. $P_E = EI_s = (36\text{ V})(6\text{ mA}) = \mathbf{216\text{ mW}}$

e. $P_1 = V_1I_1 = (6\text{ V})(6\text{ mA}) = \mathbf{36\text{ mW}}$
$P_2 = I_2^2R_2 = (6\text{ mA})^2(3\text{ k}\Omega) = \mathbf{108\text{ mW}}$
$P_3 = \dfrac{V_3^2}{R_3} = \dfrac{(12\text{ V})^2}{2\text{ k}\Omega} = \mathbf{72\text{ mW}}$

f. $P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$
$216\text{ mW} = 36\text{ mW} + 108\text{ mW} + 72\text{ mW} = \mathbf{216\text{ mW}}$ (checks)

■ **직렬 전압원 (voltage sources in series)**

N개 전압원이 직렬로 연결되었을 때 전체 전압원의 전압은 각 전압원 전압의 합과 같다.

$$\boxed{E_T = E_1 + E_2 + E_3 + \cdot \cdot \cdot + E_N}$$

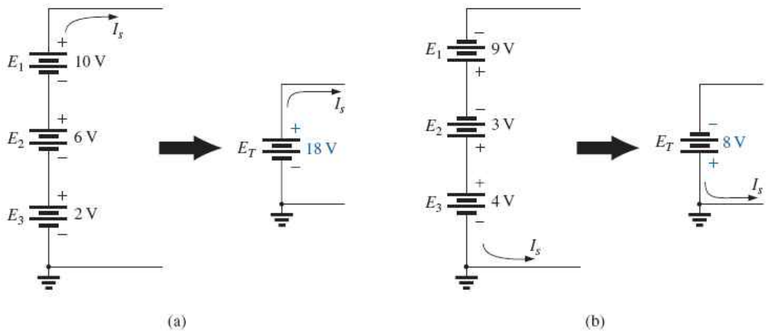


FIG. 5.23
Reducing series dc voltage sources to a single source.

■ **키르히호프 전압법칙 (Kirchhoff's voltage law: KVL)**

순환경로(closed path)에 따른 전위차들의 합은 영이다.

$$\boxed{\Sigma_{\circlearrowright} V = 0}$$ (Kirchhoff's voltage law in symbolic form)

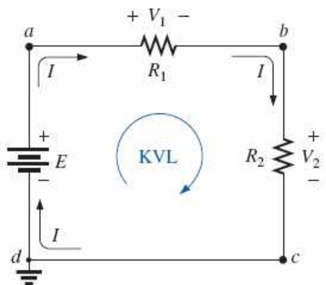


FIG. 5.26
Applying Kirchhoff's voltage law to a series dc circuit.

$$-E + V_1 + V_2 = 0$$

$$\Rightarrow (E = V_1 + V_2)$$

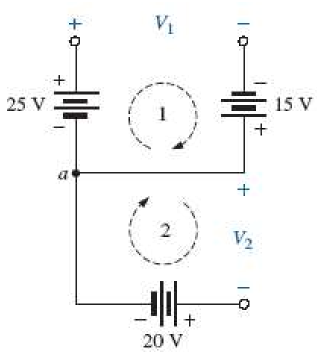


FIG. 5.29
Combination of voltage sources to be examined in Example 5.10.

$$+25\text{ V} - V_1 + 15\text{ V} = 0$$
$$V_1 = \mathbf{40\ V}$$

$$-V_2 - 20\text{ V} = 0$$
$$V_2 = \mathbf{-20\ V}$$

■ **직렬회로에서의 전압분배 (voltage division in serial circuits)**

직렬회로에서 저항 각 단의 전압은 전압 크기에 의해 분배된다.

$$V_{R_1} = E \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_{R_2} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_{R_3} = E \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

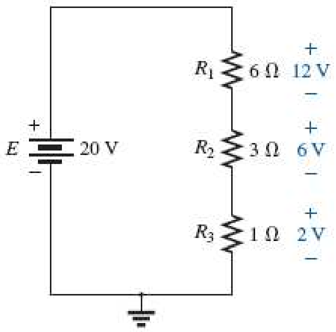


FIG. 5.33
Revealing how the voltage will divide across series resistive elements.

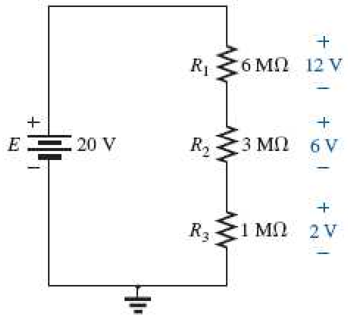


FIG. 5.34
The ratio of the resistive values determines the voltage division of a series dc circuit.

<저항 크기는 다르지만 비율이 같으면 전압분배는 동일함>

■ **전압분배법칙 (voltage divider rule: VDR)**

• 직렬회로에서 저항 R_x 양단의 전압 V_x:

$$\boxed{V_x = R_x \frac{E}{R_T} \quad \text{(voltage divider rule)}}$$

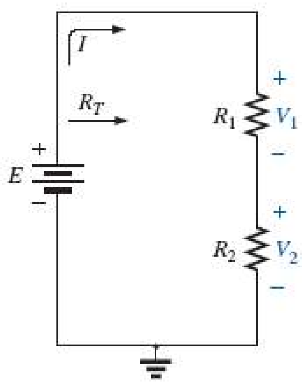
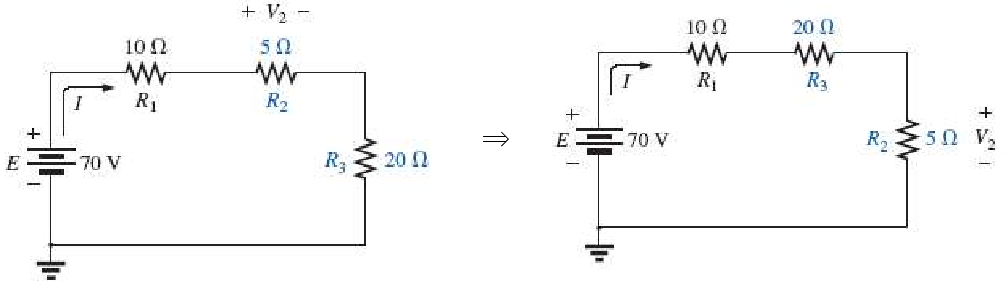
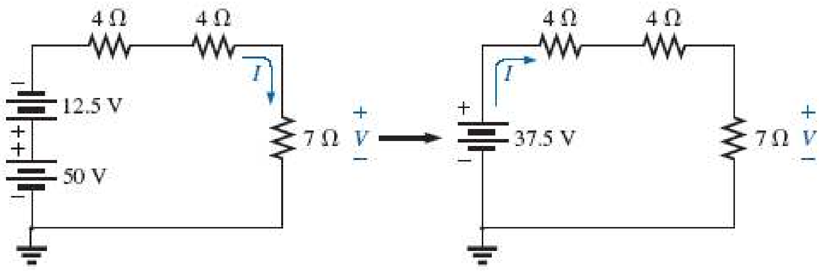


FIG. 5.36
Developing the voltage divider rule.

■ 직렬소자들의 이동



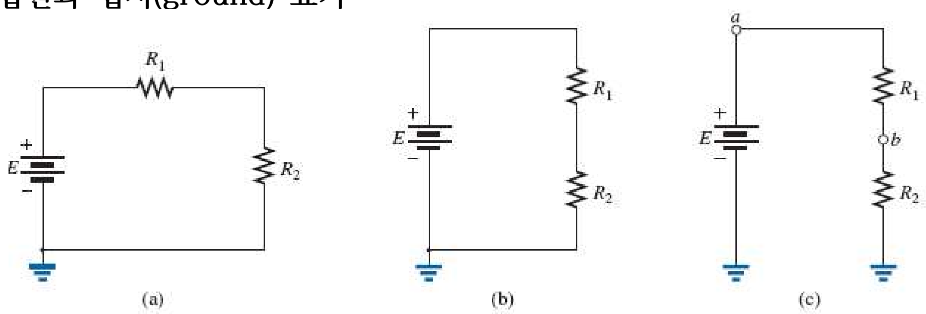
<저항의 위치 이동>



<전압원의 위치 이동>

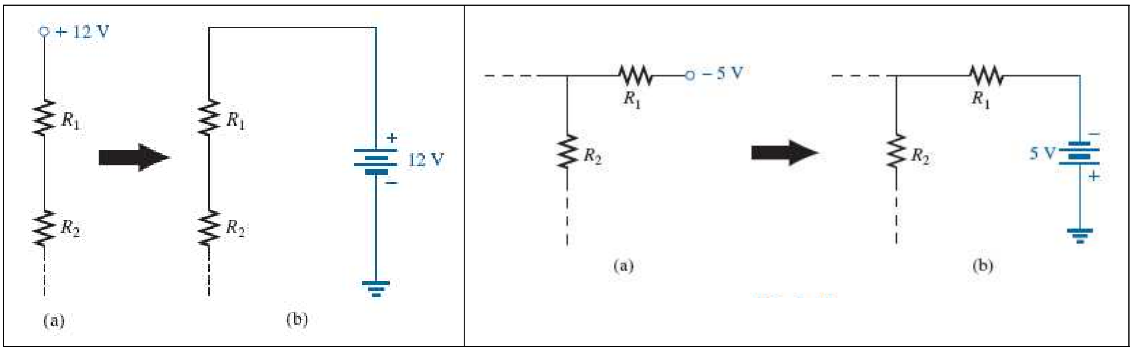
■ 표기 (notation)

■ 전압원과 접지(ground) 표기



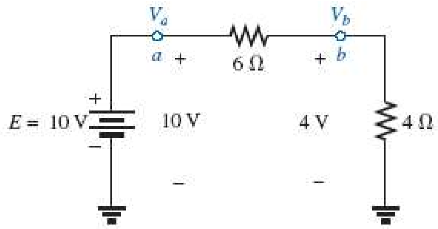
<동일한 직렬회로의 3종류 표기>

■ 전압원 표기



■ 두 양단 전압 표기

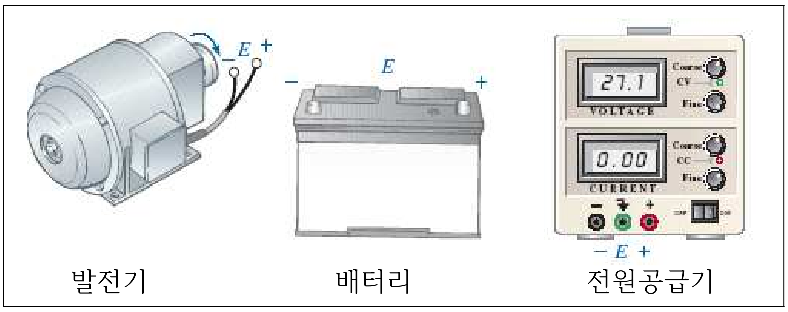
$$V_{ab} = V_a - V_b$$



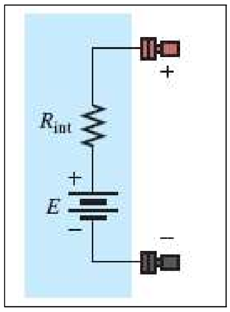
$$V_{ab} = V_a - V_b = 10\,V - 4\,V = 6\,V$$

■ 전압원의 내부저항(internal resistance)

- 전압원은 내부저항을 가질 수 있음
- 이상적인 전압원은 내부저항이 0임



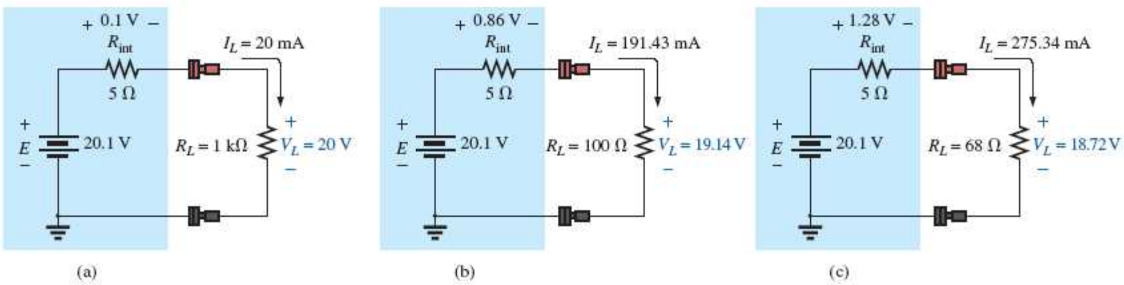
⇒



<전압원> <내부저항 표기>

□ 전압원의 부하효과(loading effect)

- 전압원이 내부저항 R_{in}을 가질 때, 연결된 부하저항 R_L의 크기에 따라 부하전압 V_L이 달라지는 현상



<내부저항 R_{in}과 부하저항 R_L의 차이에 따른 출력전압의 영향>

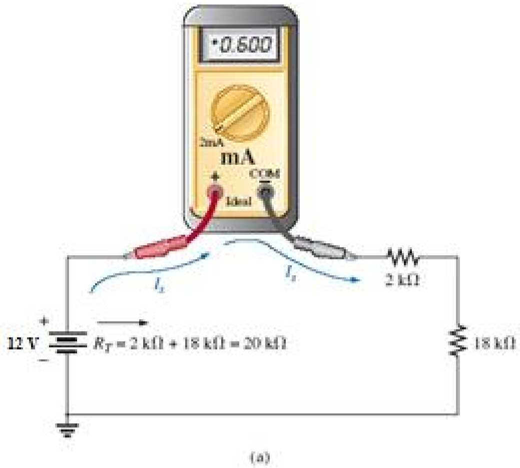
$R_{in} \ll R_L$일수록 부하효과가 적음

■ 계측기의 내부저항

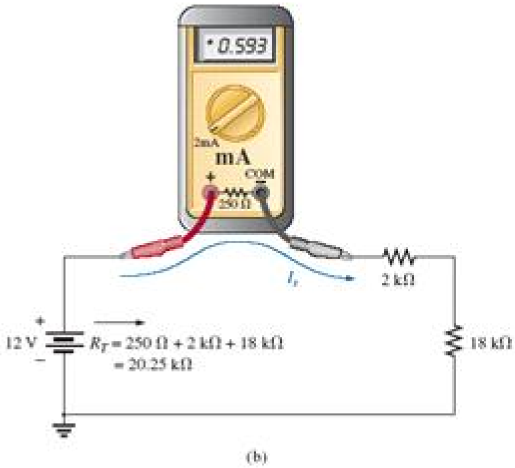
- 계측기는 내부저항을 가질 수 있음
- 이상적인 전류계(ammeter)의 내부저항이 0임
- 이상적인 전압계(voltmeter)의 내부저항은 ∞임

□ 전류계의 부하효과(loading effect)

- 전류계가 내부저항 R_{in}을 가질 때, 연결된 저항의 크기에 따라 전류값이 달라지는 현상
- 전류계의 내부저항이 작을수록 전류오차가 적음



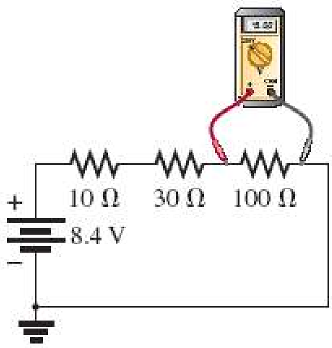
< 이상적 전류계, 내부저항=0Ω >



< 실제 전류계, 내부저항=250Ω >

■ Protoboards (Breadboards)

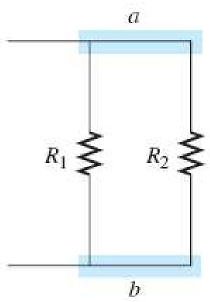
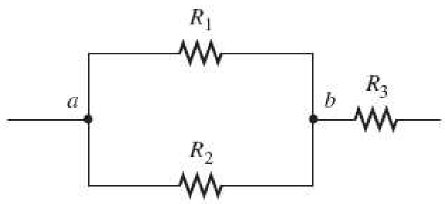
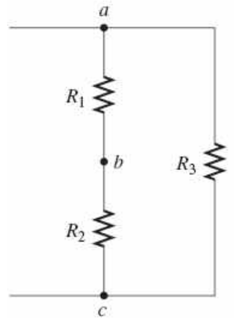
- 회로를 납땜없이 소자를 작은 홀에 삽입하여 실험할 수 있는 실험판



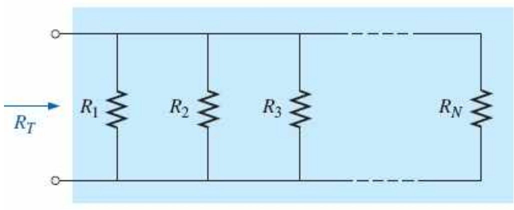
제 6장. 병렬 dc회로 (parallel dc circuits)

▪ 병렬회로: 2개 이상의 소자, 가지(branch) 또는 회로가 2개점에서 만나는 회로

예) 병렬회로의 예

 	
a, b 공통점 (R_1과 R_2가 병렬)	a, c 공통점 (R_1,R_2와 R_3가 병렬)

■ **전체 병렬저항**



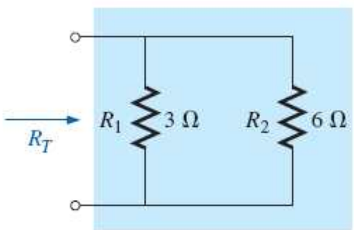
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdot \cdot \cdot + \frac{1}{R_N}$$

또는 $G = 1/R$일 때

$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \cdot \cdot \cdot + G_N$ [siemens, S]

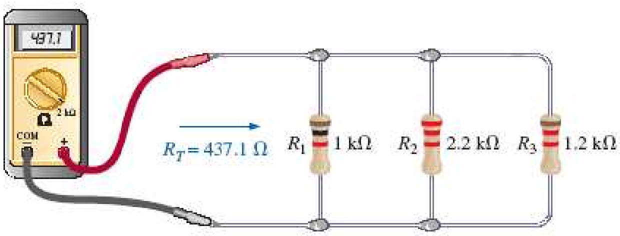
$$\boxed{R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdot \cdot \cdot + \frac{1}{R_N}} \quad [\Omega]}$$

예)



$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega}} = 2\Omega$$

예)



$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{2.2k\Omega} + \frac{1}{1.2k\Omega}}$$

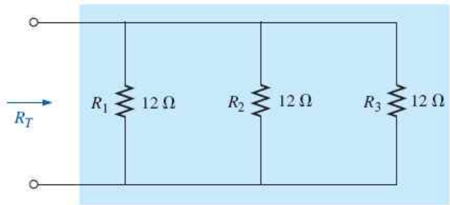
$$= 437.1\Omega$$

▪ 동일한 저항 N개가 병렬일 때의 전체저항

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\cdot\cdot\cdot\cdot+\frac{1}{R_N}} = \frac{1}{N\left(\frac{1}{R}\right)}$$

$$\boxed{R_T = \frac{R}{N}}$$

예)



• 동일 저항(12Ω) 3개 병렬

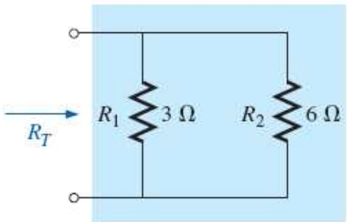
$$R_T = \frac{12\Omega}{3} = 4\Omega$$

▪ 2개 병렬저항

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}} \quad [\Omega]$$

$$\boxed{R_T = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

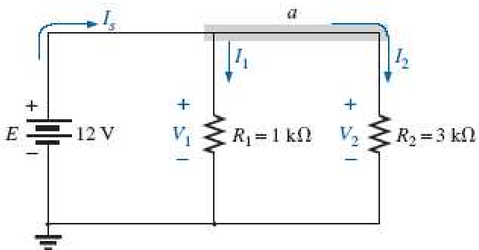
예)



$$R_T = 3\Omega \parallel 6\Omega = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega+6\Omega} = \frac{18}{9}\Omega = 2\Omega$$

■ **병렬회로 (parallel circuits)**

병렬회로에서 병렬소자 양단의 전압은 동일하다.



$$E = V_1 = V_2 = 12\,V$$

$$R_T = R_1 \parallel R_2 = 0.75\,k\Omega$$

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{12\,V}{0.75k\Omega} = 16mA$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{12\,V}{1k\Omega} = 12mA$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{12\,V}{3k\Omega} = 4mA$$

$$\boxed{I_s = I_1 + I_2}$$

pf) $\dfrac{1}{R_T} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$ 이므로 양변에 인가전압 E를 곱하면

$$\frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}$$

이 되고, $I_s = E/R_T$, $I_1 = E/R_1$ 및 $I_2 = E/R_2$이므로

$$I_s = I_1 + I_2$$

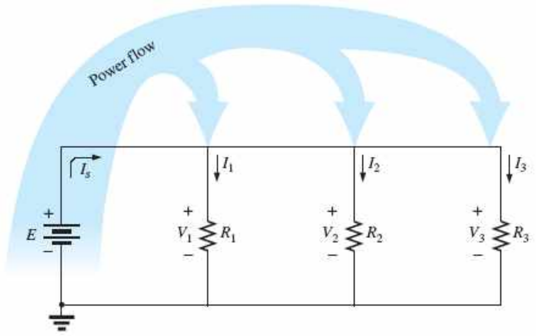
이다.

■ 병렬회로의 전력분배

- 전원에서 제공하는 전력은 각 저항에서 소모하는 전력의 합과 같다.

$$\boxed{P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}}$$

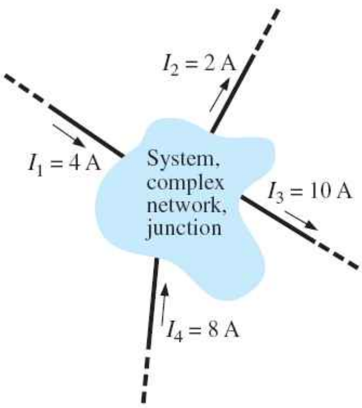
$$P_E = I_1 V_1 + I_2 V_2 + I_3 V_3 = I_1 E + I_2 E + I_3 E = (I_1 + I_2 + I_3)E = I_s E$$



■ 키르히호프 전류법칙 (Kirchhoff's current law: KCL)

회로의 한 점 또는 영역으로 들어가는 전류와 나가는 전류의 합은 영이다.

$$\boxed{\Sigma I_i = \Sigma I_o}$$



- 유입되는 전류의 합 :

$$\sum I_i = I_1 + I_4 = 4A + 8A = 12A$$

- 유출되는 전류의 합 :

$$\sum I_o = I_2 + I_3 = 2A + 10A = 12A$$

- 유입/유출되는 전류의 합 : $\sum I_i = \sum I_o = 12A$

■ 전류분배법칙 (current divider rule: CDR)

• 병렬회로에서 저항 R_x에 흐르는 전류 V_x:

$$\boxed{I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T \quad \text{(current divider rule)}}$$

pf) 전체전류는 $I_T = \dfrac{V}{R_T}$이고, 병렬저항 양단의 전압은 모두 V이므로

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = \cdot \cdot \cdot = I_x R_x$$

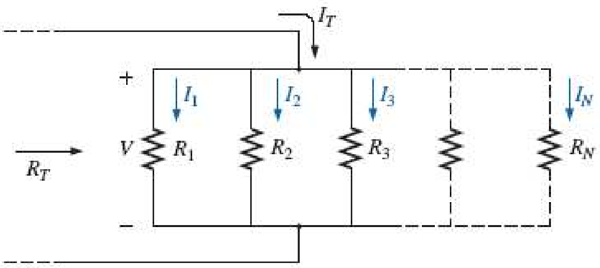
이다. 전체전류는

$$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{I_x R_x}{R_T}$$

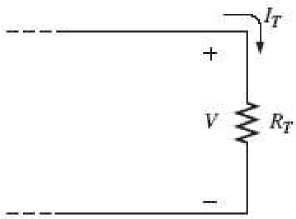
이므로

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

이다.

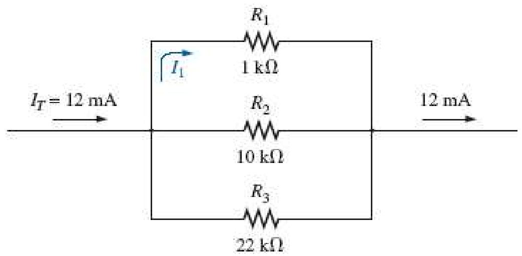


<병렬회로>



<등가회로>

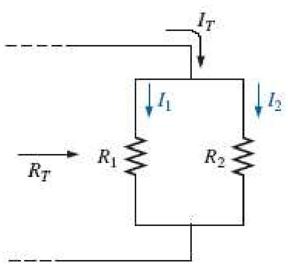
예)



$$R_T = 1k\Omega \parallel 10k\Omega \parallel 22k\Omega = 873.01\Omega$$

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T = \frac{873.01\Omega}{1k\Omega} 12mA = 10.48mA$$

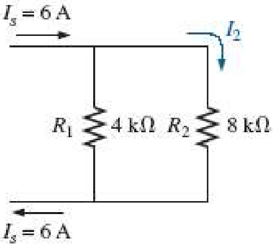
■ 2개 병렬저항의 전류분배



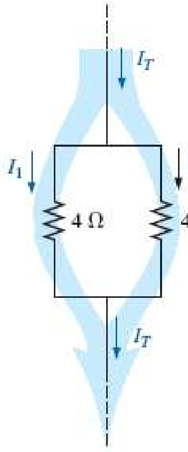
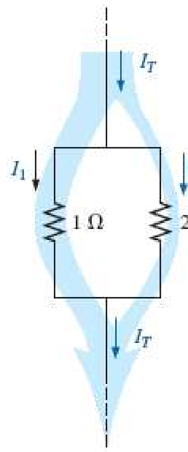
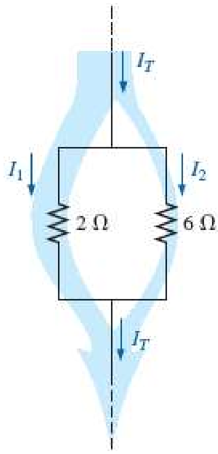
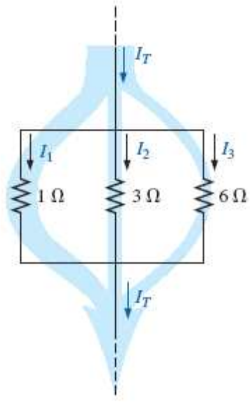
$$\boxed{I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) I_T}$$

$$\boxed{I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I_T}$$

예)

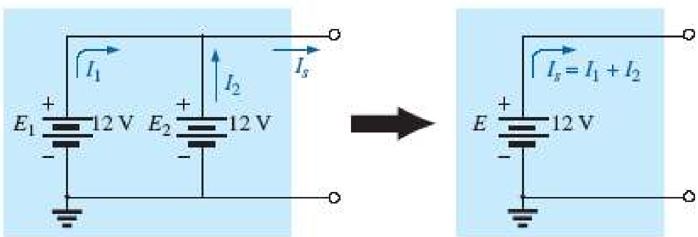


$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I_s$$
$$= \left(\frac{4k\Omega}{4k\Omega + 8k\Omega}\right) 6A = (0.333)(6A) = 2A$$
$$I_1 = I_s - I_2 = 6A - 2A = 4A$$

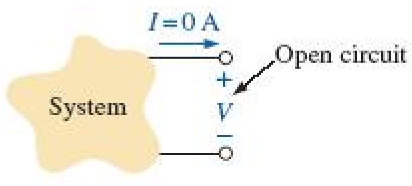
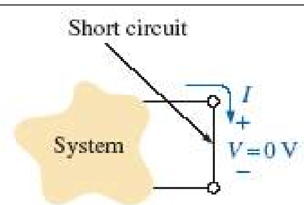
 $I_1 = I_2 = \frac{I_T}{2}$	 $I_1 = 2I_2$	 $I_1 = \left(\frac{6}{2}\right) I_2 = 3I_2$	 $I_1 = 6I_3$ $I_1 = 3I_2$ $I_2 = \left(\frac{6}{3}\right) I_3 = 2I_3$
저항이 같을 때 전류는 서로 동일	저항이 1/2배일 때 전류는 2배	저항이 1/3배일 때 전류는 3배	두 저항 배율의 역으로 전류가 흐름

■ **병렬 전압원 (voltage sources in parallel)**

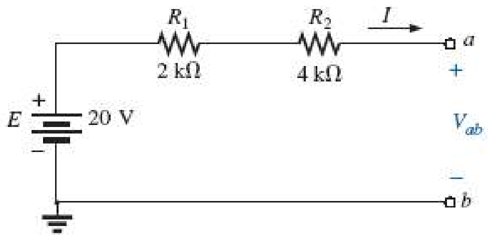
동일한 전압원이 병렬로 연결될 때 1개의 전압원으로 대치할 수 있다.



■ **개방(open)과 단락(short)**

회로의 개방 (open)	회로의 단락 (short)
	

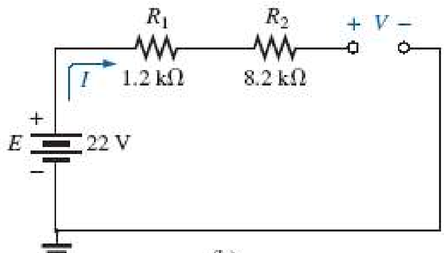
• 개방(open)회로의 예



회로가 개방되어 전류가 흐르지 못함

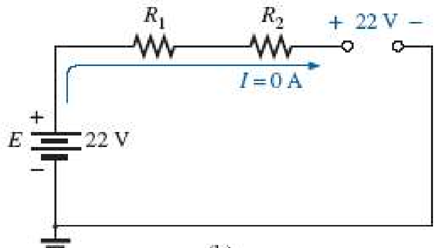
$I = 0\ [A]$

$$V_{ab} = E - V_{R_1} - V_{R_2}$$
$$= 20\,V - I(2k\Omega + 4k\Omega) = 20\,V - 0 = 20\,V$$



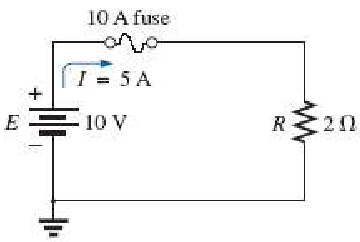
(b)

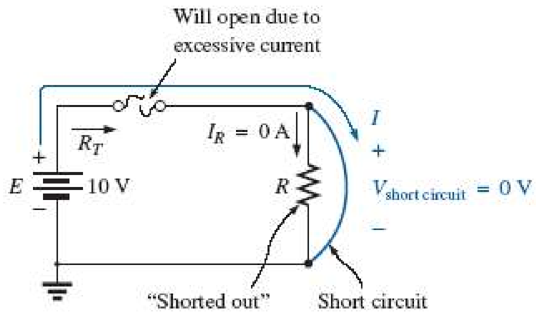
⇒



(b)

• 단락(short)회로의 예





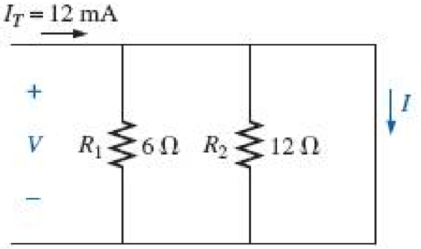
(a) 단락 전 (b) 단락 후

(a) 단락 전에는 전류 $I = 10\,V/2\Omega = 5A$

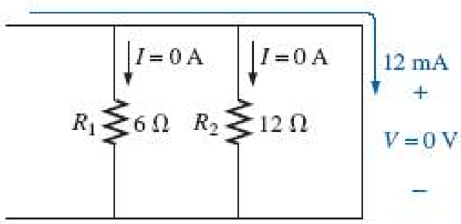
(b) 저항(2Ω)양단에 선을 연결하면 단락(short)되어 R_T는 0이 됨 ($R_T = 5\Omega \parallel 0\Omega = 0\Omega$)

전류는 $I = 10\,V/0\Omega = \infty\,A$으로 과도하게 흘러 휴즈가 개방됨 ($I = 0A$)

저항양단의 전압 (또는 단락회로 양단의 전압)은 $V_{short\ circuit} = 0\,V$이다.



⇒



단락회로로 전체전류 I_T가 모두 흐르고, 단락회로 양단전압은 $0\,V$이다.

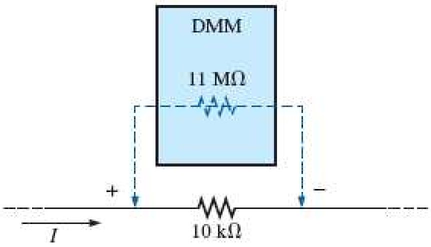
■ 전압계 부하효과 (voltmeter loading effects)

이상적인 전압계는 내부저항이 무한대여야 하며, 실제 전압계는 내부저항이 무한대가 아님으로 인해 측정오차를 유발하는 현상

1) $10k\Omega$ 양단의 전압을 측정하기 위해 DMM(digital multimeter)를 연결한 경우
DMM의 내부저항이 $11M\Omega$이면, $10k\Omega$와 병렬로 연결되어 전체저항은

$$R_T = 11M\Omega \parallel 10k\Omega = 9.99k\Omega$$

로 큰 오차가 없음 (∵ 내부저항이 상대적으로 큰 저항임, $11M\Omega \gg 10k\Omega$)

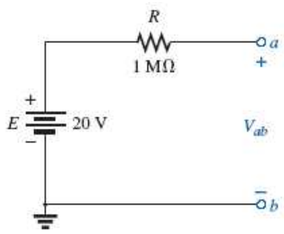


2) $10k\Omega$ 양단의 전압을 측정하기 위해 VOM(volt-ohm meter)를 연결한 경우
VOM의 내부저항이 $50k\Omega$이면, $10k\Omega$와 병렬로 연결되어 전체저항은

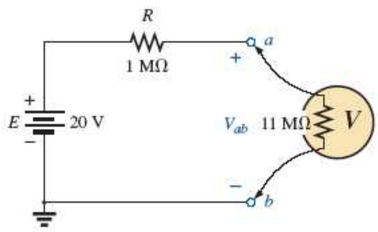
$$R_T = 10k\Omega \parallel 50k\Omega = 8.33k\Omega$$

로 큰 오차를 가짐 (∵ 내부저항이 상대적으로 큰 저항이 아님)

3) 개방회로의 $V_{ab} = 20V$을 측정하기 위해 전압계를 연결한 경우



⇒



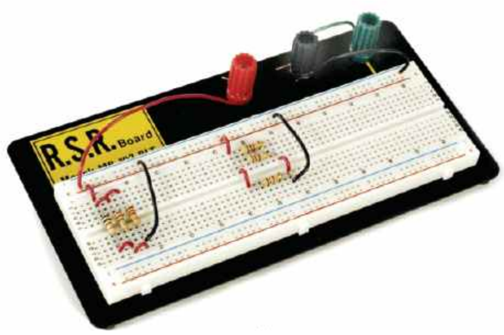
$$V_{ab} = 20V$$

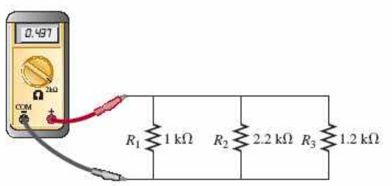
<전압계 연결 전 개방회로>

$$V_{ab} = 20V\frac{11M\Omega}{1M\Omega + 11M\Omega} = 18.33V$$

<전압계(내부저항이 $11M\Omega$) 연결 후>

■ 브레드보드(breadboard)에 병렬회로 구성 예

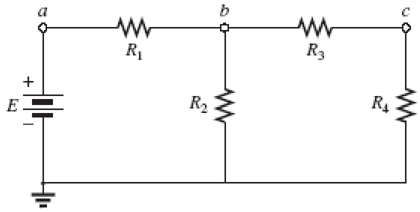




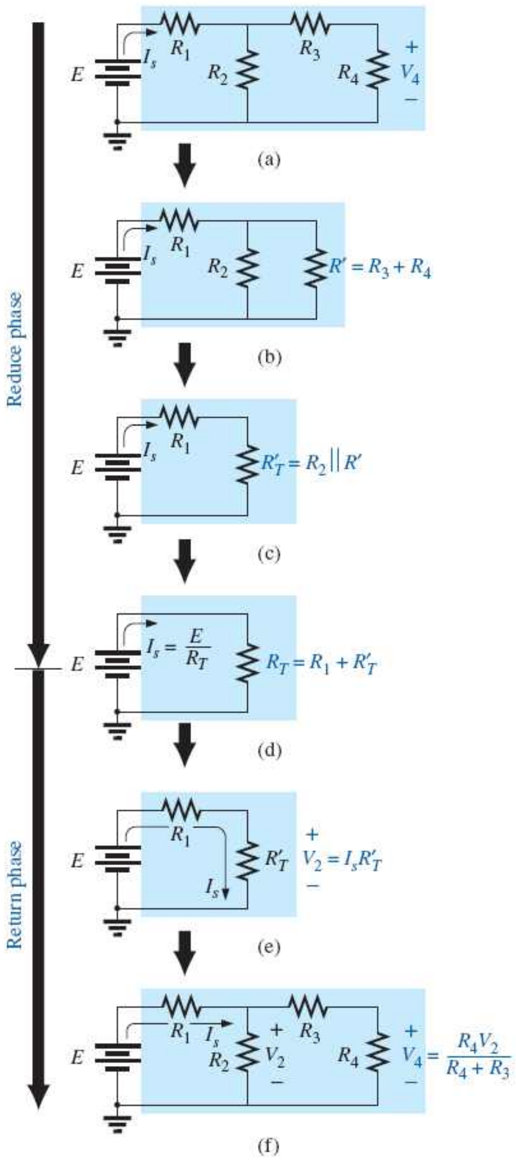
제 7장. 직렬-병렬회로 (series-parallel circuits)

▪ 직렬-병렬회로: 직렬과 병렬이 혼합된 회로

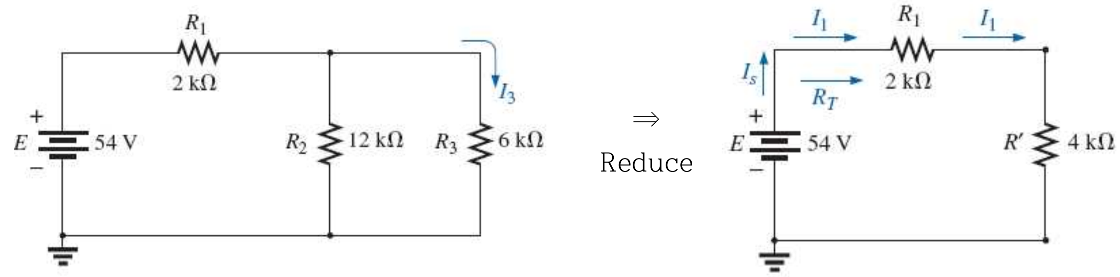
예) 직렬-병렬회로의 예



■ **회로의 축소(reduce) 및 복원(return)**



예제 7.1) 전류 I_3를 구하라.



$$R' = R_2 \parallel R_3 = 12k\Omega \parallel 6k\Omega = 4k\Omega$$

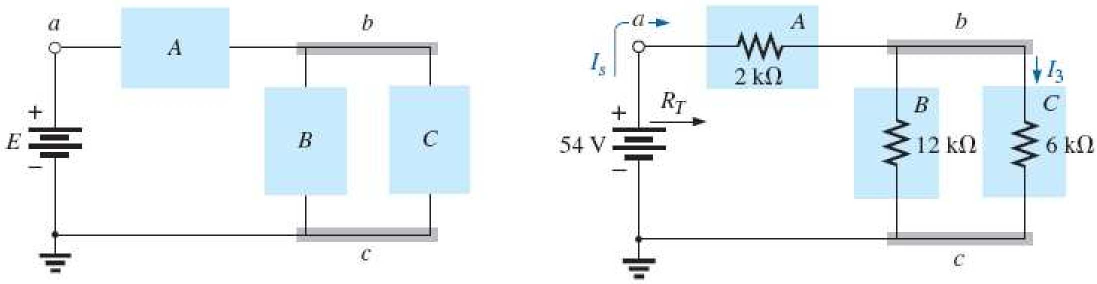
$$R_T = 2k\Omega + 4k\Omega = 6k\Omega$$

$$I_s = I_1 = \frac{E}{R_T} = \frac{54\,V}{6k\Omega} = 9mA$$

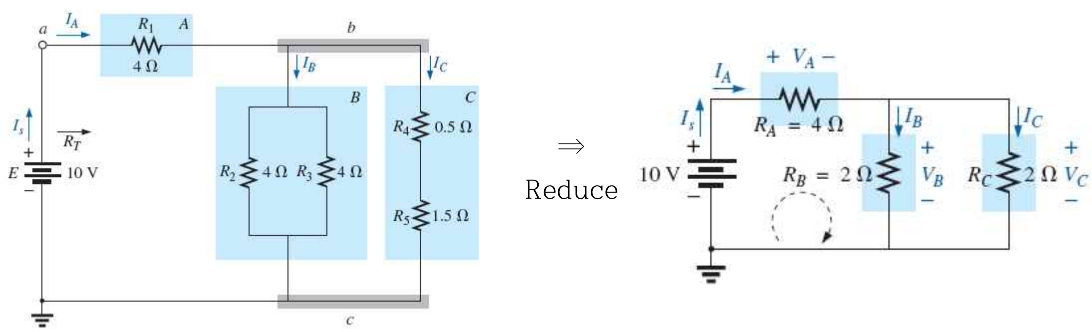
전류분배법칙(CDR)에 의해 $I_3 = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) I_1 = \left(\frac{12k\Omega}{12k\Omega + 6k\Omega}\right) 9mA = 6mA$

■ **블록도(block diagram) 접근 방법**

▪ 회로망(network)을 블록단위로 분해하여 회로를 해석하는 방법



예제 7.3) 회로망의 모든 전류 및 전압을 구하라.



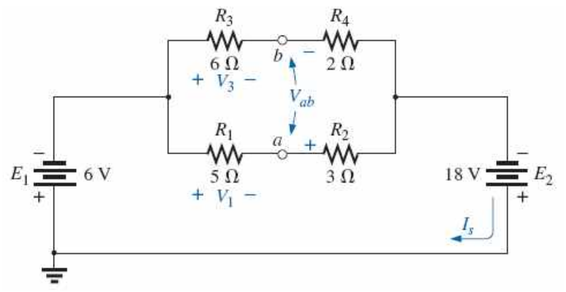
$$I_s = I_A = \frac{E}{R_T} = \frac{10\,V}{5\Omega} = 2A$$

$V_A = I_A R_A = 2A \cdot 4\Omega = 8V$

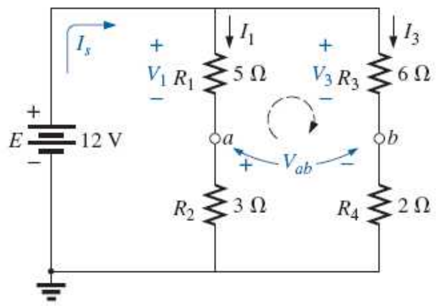
$V_B = V_C = E - V_A = 10V - 8V = 2V$

$I_B = I_C = I_s/2 = 1A$

예제 7.7) 전압 V_1, V_3 및 V_{ab}을 구하라.



⇒ Redrawn

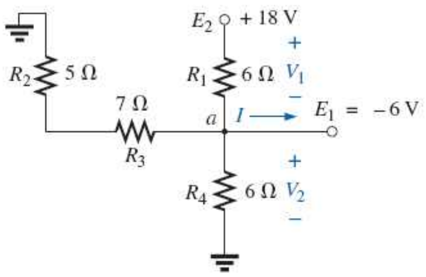


$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(5\Omega)(12V)}{5\Omega + 3\Omega} = \frac{60V}{8} = 7.5V$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4} = \frac{(6\Omega)(12V)}{6\Omega + 2\Omega} = \frac{72V}{8} = 9V$$

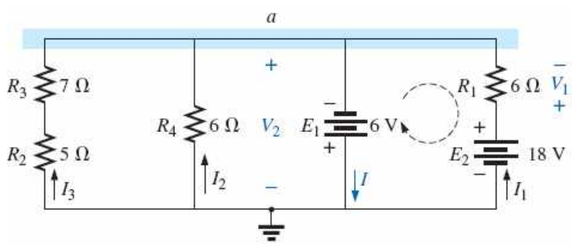
KVL에 의해 $V_{ab} = V_3 - V_1 = 9V - 7.5V = 1.5V$

예제 7.8) 전압 V_1, V_2 및 전류 I를 구하라.



⇒

Redrawn



$V_2 = -E_1 = -6V$

KVL에 의해 $V_1 = E_2 + E_1 = 18V + 6V = 24V$

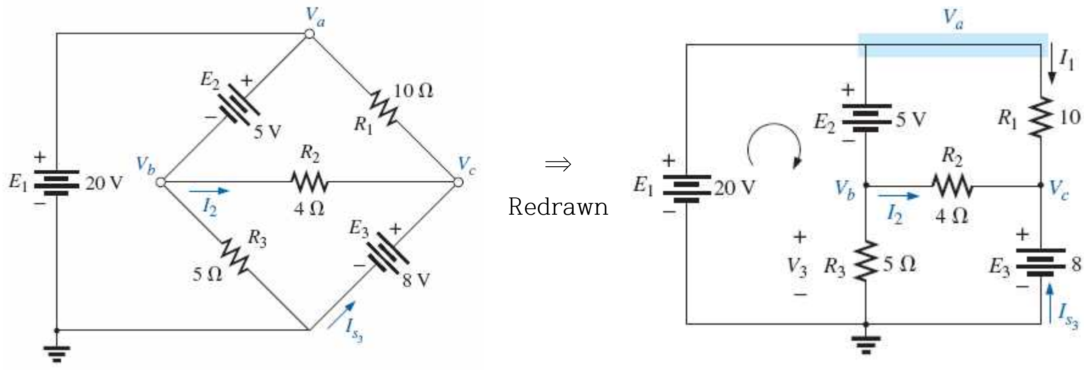
a점에서 KCL을 사용하면, $I = I_1 + I_2 + I_3$

$$= \frac{V_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_4} + \frac{E_1}{R_2 + R_3}$$

$$= \frac{24V}{6\Omega} + \frac{6V}{6\Omega} + \frac{6V}{12\Omega}$$

$$= 4A + 1A + 0.5A = 5.5A$$

예제 7.11) 전압 V_b, V_c, V_3 및 전류 I_2를 구하라.



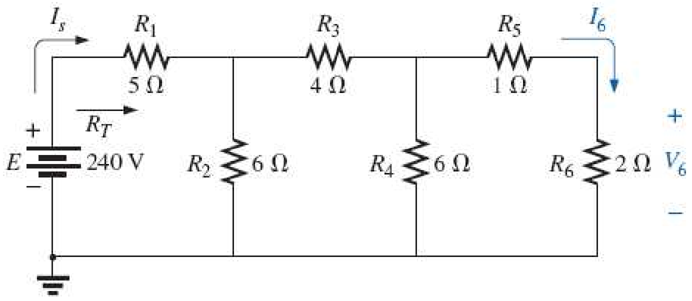
$$V_a = E_1 = 20\,V$$

$$V_c = E_3 = 8\,V$$

$$V_b = E_1 - E_2 = 20\,V - 5\,V = 15\,V \quad \text{(KVL 사용)}$$

$$I_2 = \frac{V_b - V_c}{R_2} = \frac{15\,V - 8\,V}{4\Omega} = 1.75A$$

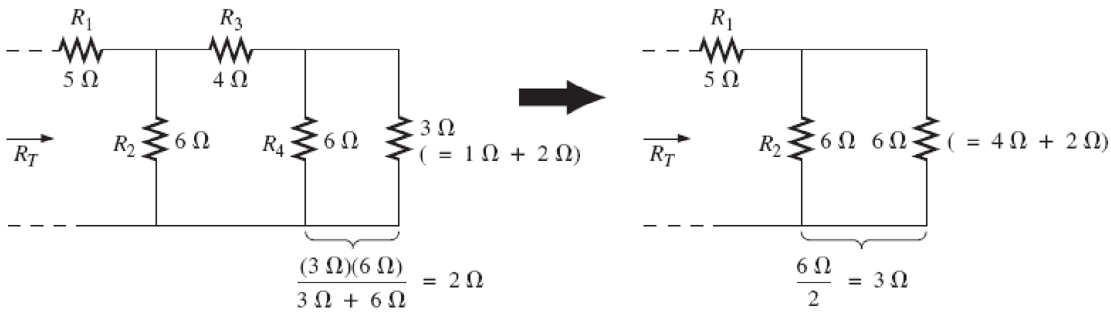
■ **사다리망(ladder networks)**



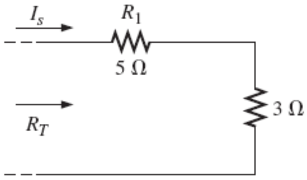
▪ **해석 방법 1)**

회로를 축소(reduce)시켜서 전체 저항 R_T와 전체 전류 I_s를 구한 후 다시 재구성(return)하면서 해석하는 방법

① 회로를 축소(reduce)

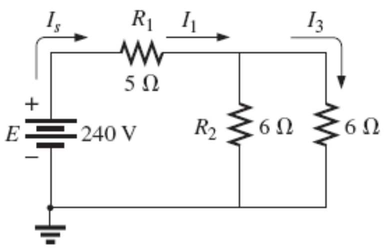


② 전체 저항 R_T 및 전체 전류I_s를 구함

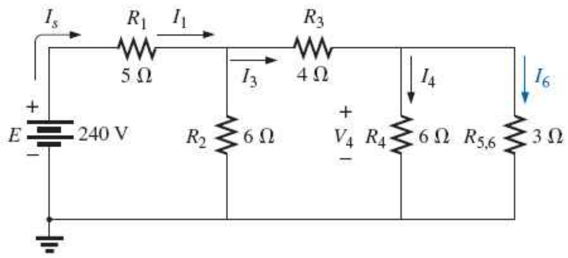


$$R_T = 5\Omega + 3\Omega = 8\Omega$$
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{240\,V}{8\Omega} = 30A$$

③ 회로를 재구성(return)하면서 각 단자의 전류 및 전압을 구함

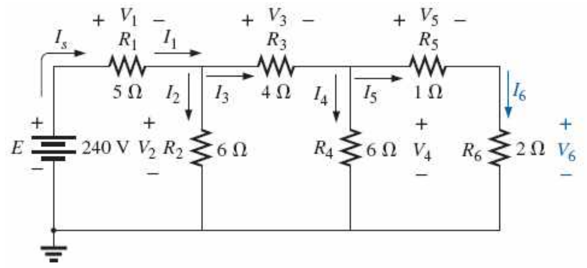


⇒
Return



▪ **해석 방법 2)**

① 각 소자의 전압 전류를 표기



② 우측부터 전류 및 전압을 구함

$$I_6 = \frac{V_4}{R_5 + R_6} = \frac{V_4}{1\,\Omega + 2\,\Omega} = \frac{V_4}{3\,\Omega}$$

or $$V_4 = (3\,\Omega)I_6$$

so that $$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{(3\,\Omega)I_6}{6\,\Omega} = 0.5I_6$$

and $$I_3 = I_4 + I_6 = 0.5I_6 + I_6 = 1.5I_6$$
$$V_3 = I_3R_3 = (1.5I_6)(4\,\Omega) = (6\,\Omega)I_6$$

Also, $$V_2 = V_3 + V_4 = (6\,\Omega)I_6 + (3\,\Omega)I_6 = (9\,\Omega)I_6$$

so that $$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{(9\,\Omega)I_6}{6\,\Omega} = 1.5I_6$$

and $$I_s = I_2 + I_3 = 1.5I_6 + 1.5I_6 = 3I_6$$

with $$V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (5\,\Omega)I_s$$

so that $$E = V_1 + V_2 = (5\,\Omega)I_s + (9\,\Omega)I_6$$
$$= (5\,\Omega)(3I_6) + (9\,\Omega)I_6 = (24\,\Omega)I_6$$

and $$I_6 = \frac{E}{24\,\Omega} = \frac{240\text{ V}}{24\,\Omega} = 10\text{ A}$$

with $$V_6 = I_6R_6 = (10\text{ A})(2\,\Omega) = \mathbf{20\text{ V}}$$

1) 각 소자의 전류 및 전압을 I_6로 표현

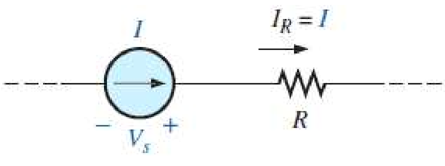
2) I_6를 구함

3) I_6를 사용하여 모든 소자의 전류 및 전압을 구함

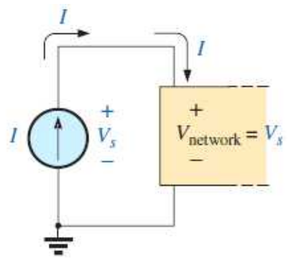
제 8장. 해석방법과 선택된 표제 (dc)
(Methods of analysis and selected topics (dc))

■ 전류원 (current sources)

▪ 전류원은 일정전류를 회로에 공급하며, 전류의 방향과 크기를 가진다.



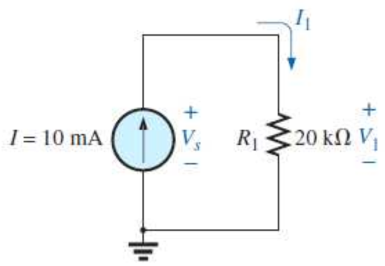
(a)



(b)

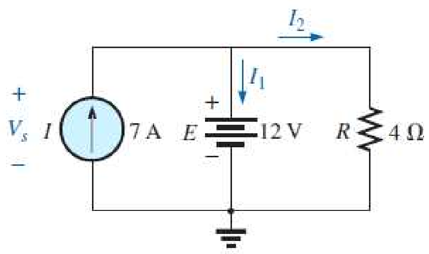
<전류원의 기호>

예제 8.1) 소스(source)전압 V_s, 저항 R_1의 전압 V_1과 전류 I_1을 구하라.



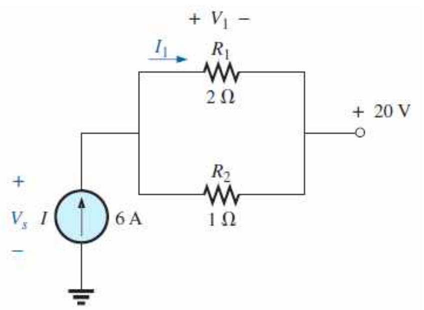
$$I_1 = I = 10mA$$
$$V_1 = I_1R_1 = (10mA)(20\Omega) = 200\,V$$
$$V_s = V_1 = 200\,V$$

예제 8.2) 전압 V_s와 전류 I_1과 I_2를 구하라.



$$V_s = E = 12\,V$$
$$V_R = E = 12\,V$$
$$I_2 = \frac{V_R}{R} = \frac{12\,V}{4\Omega} = 3A$$
$$I_1 = I_s - I_2 = 7A - 3A = 4A$$

예제 8.3) 전류 I_1와 소스전압 V_s를 구하라.



$$I_1 = \frac{R_2I}{R_1 + R_2} = \frac{(1\Omega)(6A)}{2\Omega + 1\Omega} = \frac{1}{3}(6A) = 2A$$
$$V_1 = I_1R_1 = (2A)(2\Omega) = 4\,V$$
$$V_s = V_1 + 20\,V = 4\,V + 20\,V = 24\,V$$

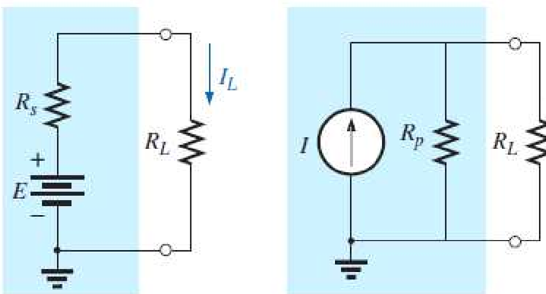
■ 소스의 변환 (source conversion)

▪ 이상적 전압원과 전류원

- 이상적 전압원: 외부의 부하저항 R_L에 무관하게 일정전압을 공급
- 이상적 전류원: 외부의 부하저항 R_L에 무관하게 일정전류를 공급

▪ 실제적 전압원과 전류원

- 실제 전압원은 전압원 E와 소스저항 R_s가 직렬로 연결된다.
  → 이상적 전압원의 소스저항 R_s는 0이어야 함
- 실제 전류원은 전류원 I와 소스저항 R_p가 병렬로 연결된다.
  → 이상적 전류원의 소스저항 R_p는 ∞이어야 함



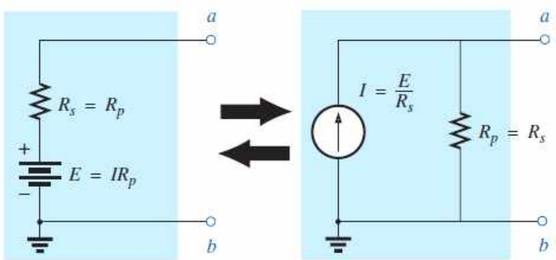
(a) (b)

< (a) 실제 전압원($R_s \neq 0$)과 (b) 실제 전류원($R_p \neq \infty$)>

▪ 전압원과 전류원의 변환

- 전압원은 등가의 전류원으로 변환할 수 있다.
- 전류원은 등가의 전압원으로 변환할 수 있다.

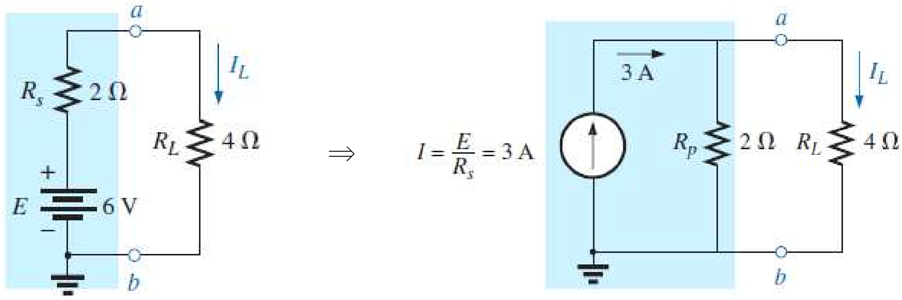
<u>E와 R_s가 직렬인 전압원은 $I = E/R_s$와 $R_p = R_s$가 병렬인 전류원과 동일</u>

<table>
<tr><td rowspan="2">

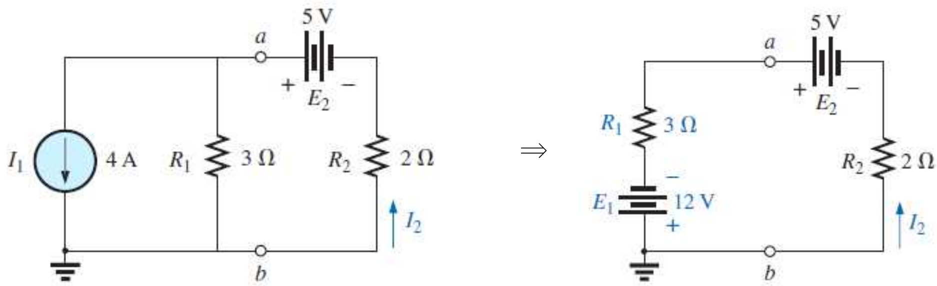
<등가 전압원> <등가 전류원></td><td>전압원 개방전압 : $V_{ab} = E$
전압원 단락전류 : $I = \frac{E}{R_s} = \frac{IR_p}{R_p} = I$</td></tr>
<tr><td>전류원 개방전압 : $V_{ab} = IR_p = \frac{E}{R_p} R_p = E$
전류원 단락전류 : I</td></tr>
</table>

- 두 전압원과 전류원을 개방(open)하였을 때 개방전압은 모두 E이다.
- 두 전압원과 전류원을 단락(short)하였을 때 단락전류는 모두 I이다.

예제 8.4) 전압원(단자 a,b 좌측)을 등가의 전류원으로 변환하라.

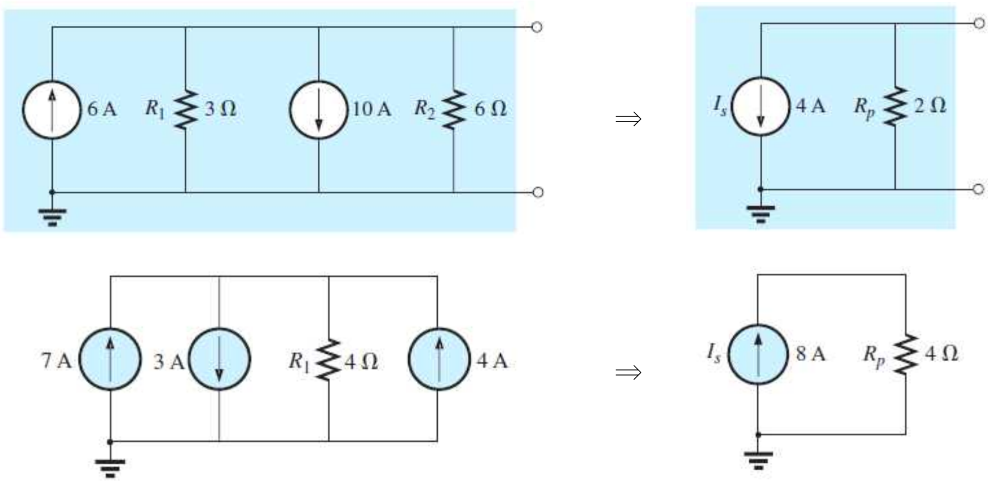


예제 8.5) 전류원을 등가의 전압원으로 변환하라.



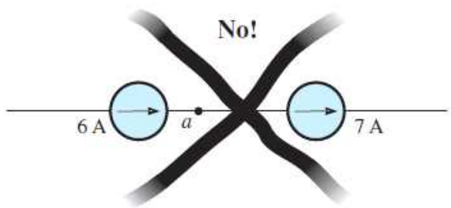
■ 병렬 전류원

- 두개 이상의 전류원이 병렬로 연결되었을 때 1개의 전류원으로 변환가능



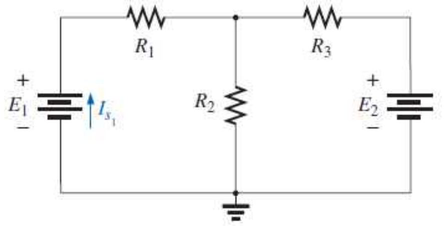
■ 직렬 전류원

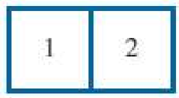
- 다른 전류원들은 서로 직렬로 연결될 수 없다.



■ 가지-전류 해석 (branch-current analysis)

- 회로를 단순화할 수 없는 직병렬회로 해석방법
- 2개 폐루프(closes loop)를 가지는 회로의 예



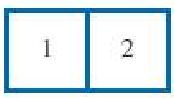


■ 가지-전류 해석 과정

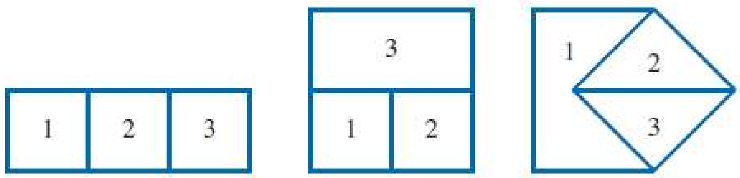
(1) 모든 가지에 임의 방향의 전류를 정의함

(2) 각 저항의 전압을 전류방향에 따라 결정함

(3) KVL을 사용하여 독립된 폐루프(independent closed loop) 마다 식을 작성



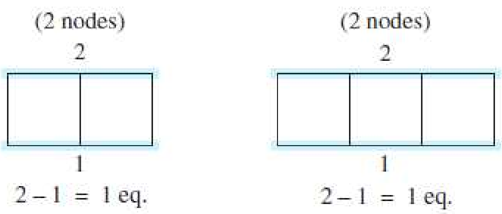
<2개의 폐루프>



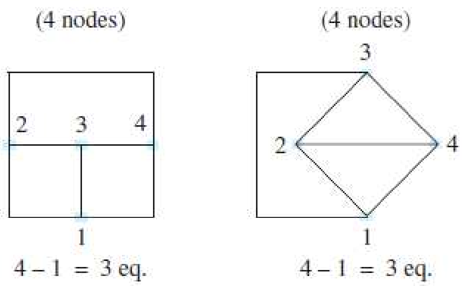
<3개의 폐루프>

(4) 또는 KCL을 사용하여 최소의 절점(node)에 대해 식을 작성

- 각 절점(node)에서 KCL을 사용하여 식으로 표현함
- 최소 식(eq)의 개수 = 총 절점 수 - 1



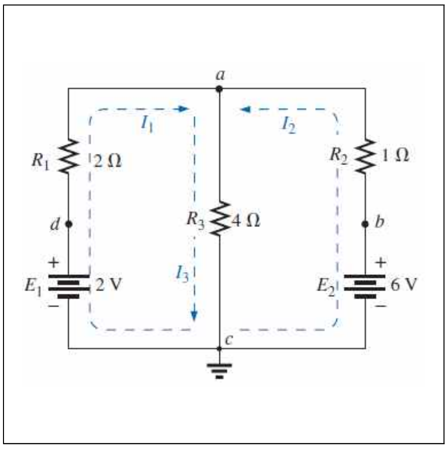
<1개의 수식이 필요>



<3개의 수식이 필요>

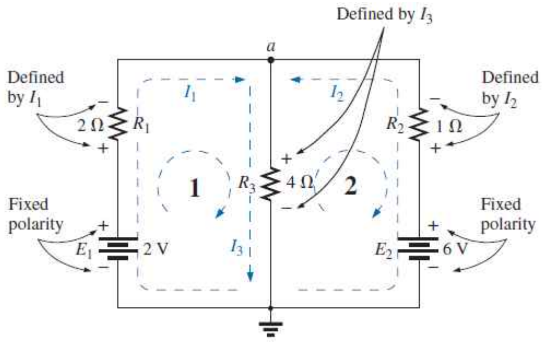
(5) 방정식을 풀어 해(전류 또는 전압)를 구함

예제 8.9) 가지-전류방법으로 회로를 해석하라.



⇒

(1) 모든 가지에 전류(I_1, I_2, I_3)와 각 저항의 전압을 정의함



(2) 2개 루프에 KVL을 사용하여 식을 구함

$$\text{loop 1:}\quad \Sigma_{C}\, V = \underbrace{+2\text{ V}}_{\substack{\text{Battery}\\ \text{potential}}} - \underbrace{(2\ \Omega)I_1}_{\substack{\text{Voltage drop}\\ \text{across } 2\ \Omega\\ \text{resistor}}} - \underbrace{(4\ \Omega)I_3}_{\substack{\text{Voltage drop}\\ \text{across } 4\ \Omega\\ \text{resistor}}} = 0$$

$$\text{loop 2:}\quad \Sigma_{C}\, V = (4\ \Omega)I_3 + (1\ \Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$$

(3) 수식을 풀이하여 각 가지의 전류(I_1, I_2, I_3)를 구함

$I_3 = I_1 + I_2$이므로

$$\left.\begin{array}{l} 2 - 2I_1 - 4\overbrace{(I_1 + I_2)}^{I_3} = 0 \\ 4\overbrace{(I_1 + I_2)}^{I_3} + I_2 - 6 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2 - 2I_1 - 4I_1 - 4I_2 = 0 \\ 4I_1 + 4I_2 + I_2 - 6 = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -6I_1 - 4I_2 = -2 \\ +4I_1 + 5I_2 = +6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6I_1 + 4I_2 = +2 \\ 4I_1 + 5I_2 = +6 \end{array} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 24}{30 - 16} = \frac{-14}{14} = \mathbf{-1\ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}}{14} = \frac{36 - 8}{14} = \frac{28}{14} = \mathbf{2\ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = -1 + 2 = \mathbf{1\ A}$$

▪ 2차 방정식의 해

2차방정식

Col. 1		Col. 2		Col. 3
a_1x	$+$	b_1y	$=$	c_1
a_2x	$+$	b_2y	$=$	c_2

⇒

해 (x, y)

$$\begin{array}{cc} \text{Col. Col.} & \text{Col. Col.} \\ 1 \quad 2 & 1 \quad 2 \\ \hline x = \dfrac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} & y = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \end{array}$$

$$\text{Determinant} = D = \begin{array}{c} \text{Col. Col.} \\ \underline{1} \quad \underline{2} \\ \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{array} = a_1b_2 - a_2b_1$$

예) 방정식의 해를 구하라.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(4) - (2)(1)}{(2)(4) - (3)(1)} = \frac{12 - 2}{8 - 3} = \frac{10}{5} = \mathbf{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{5} = \frac{(2)(2) - (3)(3)}{5} = \frac{4 - 9}{5} = \frac{-5}{5} = \mathbf{-1}$$

EXAMPLE D.5 Evaluate the following determinant:

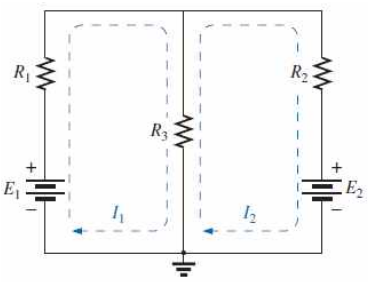
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{array}{ccc|cc} & & (-) & (-) & (-) \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 4 \\ & & (+) & (+) & (+) \end{array}$$

Solution:

$$\begin{aligned} &[(1)(1)(2) + (2)(0)(0) + (3)(-2)(4)] \\ &\qquad - [(0)(1)(3) + (4)(0)(1) + (2)(-2)(2)] \\ &= (2 + 0 - 24) - (0 + 0 - 8) = (-22) - (-8) \\ &= -22 + 8 = \mathbf{-14} \end{aligned}$$

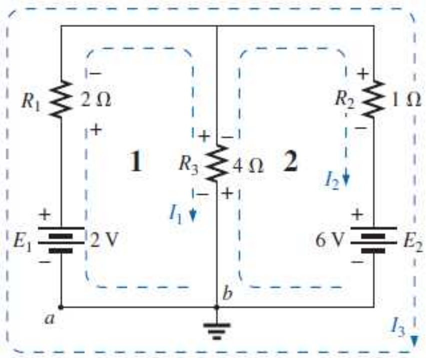
■ 메쉬 해석 (mesh analysis)

▪ 가지-전류방법의 확장이며, 메쉬(또는 루프)의 개수 만큼 전류를 정함



- 메쉬방법: 2개의 메쉬전류(I_1, I_2)를 정의함
- 가지-전류방법: 3개 가지에 전류(I_1, I_2, I_3) 를 정의함

예제 8.13) 메쉬방법으로 회로를 해석하라.



(1) 메쉬(루프)전류를 정의함

I_1, I_2만을 사용함 (I_3는 I_1, I_2을 포함하므로 독립이 아님)

(2) 2개의 루프에 대해 KVL을 사용하여 식을 표현함

loop 1: $+E_1 - V_1 - V_3 = 0$ (clockwise starting at point a)

$$+2\text{ V} - (2\ \Omega)\,I_1 - \overbrace{(4\ \Omega)\underbrace{(I_1 - I_2)}_{\text{Total current through } 4\ \Omega \text{ resistor}}}^{\text{Voltage drop across } 4\ \Omega \text{ resistor}} = 0$$

Subtracted since I_2 is opposite in direction to I_1.

loop 2: $-V_3 - V_2 - E_2 = 0$ (clockwise starting at point b)

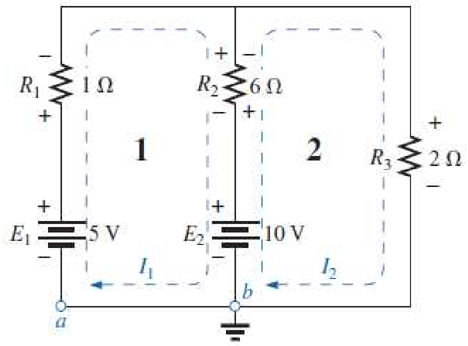
$$-(4\ \Omega)(I_2 - I_1) - (1\ \Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$$

(3) 식을 풀이하여 해를 구함

loop 1: $-6I_1 + 4I_2 = -2$
loop 2: $+4I_1 - 5I_2 = +6$

▫ 해: $I_1 = -1A$ 및 $I_2 = -2A$

예제 8.14)



loop 1:

$$-5V+(1\Omega)I_1+(6\Omega)(I_1-I_2)+10V=0$$

$$\rightarrow \quad (7\Omega)I_1-(6\Omega)I_2=-5V$$

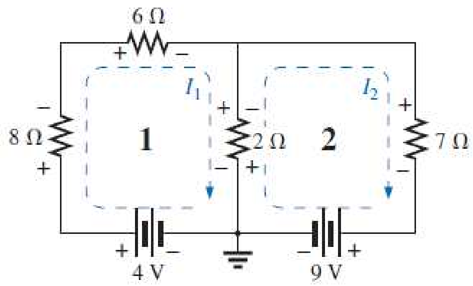
loop 2:

$$-10V+(6\Omega)(I_2-I_1)+(2\Omega)I_2=0$$

$$\rightarrow \quad -(6\Omega)I_1+(8\Omega)I_2=10V$$

$$\therefore \ I_1=1A, \ I_2=2A$$

예제 8.18)



loop 1:

$$(8\Omega+6\Omega)I_1+(2\Omega)(I_1-I_2)=4V$$

$$\rightarrow \quad 16I_1-2I_2=4$$

loop 2:

$$(2\Omega)(I_2-I_1)+(7\Omega)I_2=-9V$$

$$\rightarrow \quad -2I_1+9I_2=-9$$

■ 절점 해석 (nodal analysis)

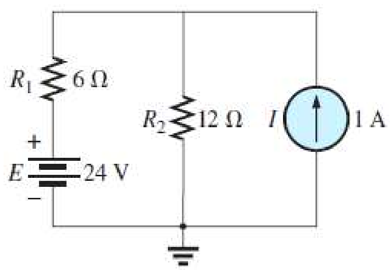
(1) 절점의 수를 결정

(2) 기준절점(reference node)을 기준으로 나머지 절점의 전압을 정의함

(3) 기준절점을 제외한 나머지 절점에서 KCL을 사용하여 식으로 표현함

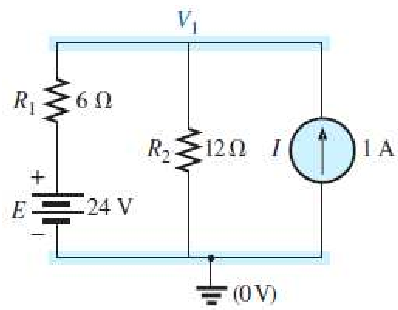
(4) 식을 풀이하여 해(절점전압)을 구함

예제 8.21) 절점해석하라.

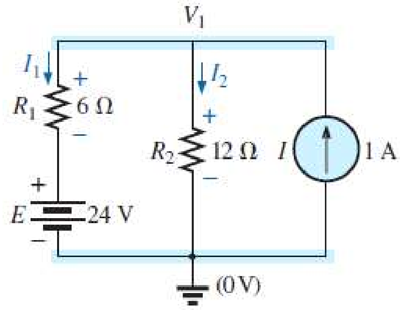


(1) 2개의 절점 중 접지가 기준절점(reference node)임

나머지 1개 절점의 전압을 V_1으로 정의함



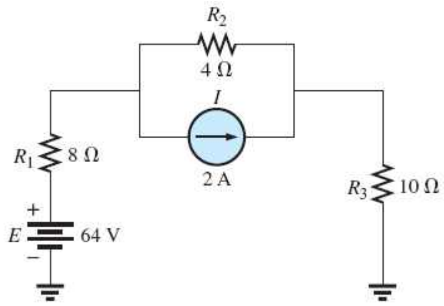
(2) 절점과 연결됨 가지에 전류 I_1, I_2를 정의함



(3) 절점에서 KCL을 사용하여 수식으로 표현하고, 해(절점전압)을 구함

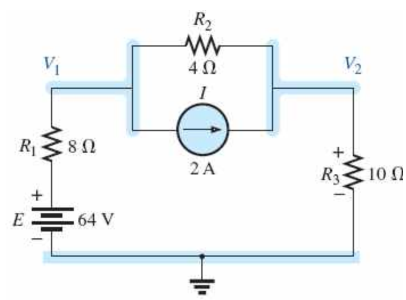
$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 1A = \frac{V_1 - 24\,V}{6\Omega} + \frac{V_1}{12\Omega} \quad \Rightarrow \quad V_1 = 20\,V$$

예제 8.22) 절점해석하라.

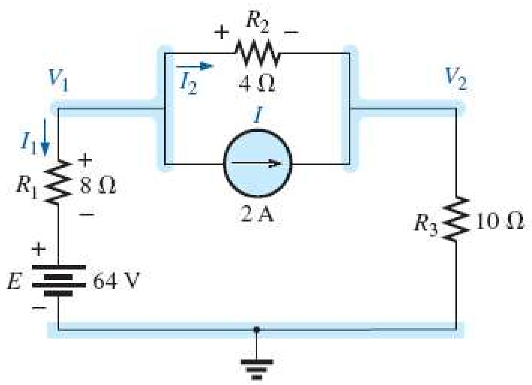


(1) 3개의 절점 중 접지가 기준절점(reference node)임

나머지 2개 절점의 전압을 V_1, V_2로 정의함



(2) 절점 V_1에 KCL을 적용

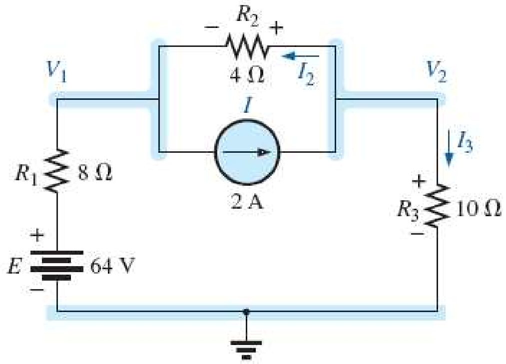


$$I_1 + I_2 + I = 0$$

$$\frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I = 0$$

$$\Rightarrow\ 0.375\,V_1 - 0.25\,V_2 = 6$$

(3) 절점 V_2에 KCL을 적용



$$I = I_2 + I_3$$

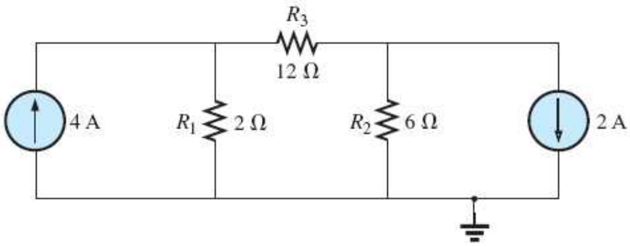
$$I = \frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3}$$

$$\Rightarrow -0.25V_1 + 0.35V_2 = 2$$

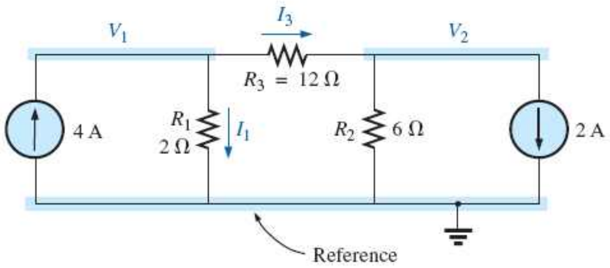
(4) 두 방정식으로부터 해를 구함

$$\begin{aligned} 0.375V_1 - 0.25V_2 &= 6 \\ -0.25V_1 + 0.35V_2 &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} V_1 &= 37.82V \\ V_2 &= 32.73V \end{aligned}$$

예제 8.23) 절점해석하라.



(1) 절점 V_1에 KCL을 적용



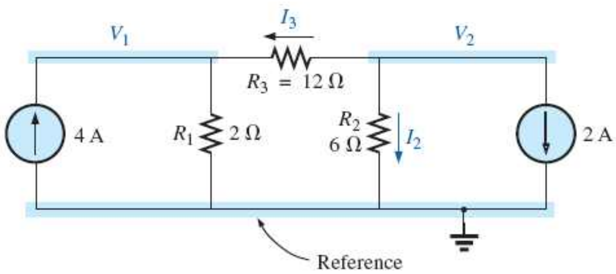
$$I_1 + I_3 = 4A$$

$$\frac{V_1}{2\Omega} + \frac{(V_1 - V_2)}{12\Omega} = 4A$$

$$V_1\left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{12\Omega}\right) - V_2\left(\frac{1}{12\Omega}\right) = 4A$$

$$\Rightarrow \frac{7}{12}V_1 - \frac{1}{12}V_2 = 4$$

(2) 절점 V_2에 KCL을 적용



$$I_3 + I_2 + 2A = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{12\Omega} + \frac{V_2}{2\Omega} + 2A = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{12}V_1 + \frac{3}{12}V_2 = -2$$

(3) 해를 구함

$$\begin{aligned} 7V_1 - V_2 &= 48 \\ -1V_1 + 3V_2 &= -24 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} V_1 &= +6V \\ V_2 &= -6V \end{aligned}$$

제 9장. 네트워크이론 (Network theorem)

■ 중첩이론 (superposition theorem)

- 선형회로(선형소자로 이루진 회로)에서 서로 다른 전원이 인가될 때의 결과는 전원 각각 인가되었을 때 결과들의 합과 같다.

예) 선형함수 $y=f(x)=2x$일 때

$x_1=3$일 때 $y_1=f(x_1)=6$

$x_2=5$일 때 $y_2=f(x_2)=10$

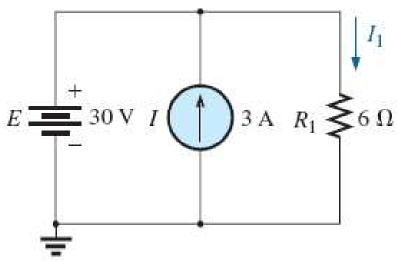
$x_3=x_1+x_2=8$일 때 $y_3=f(x_3)=f(x_1+x_2)=16$

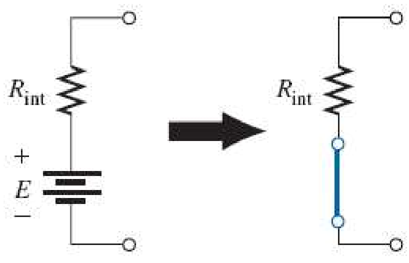
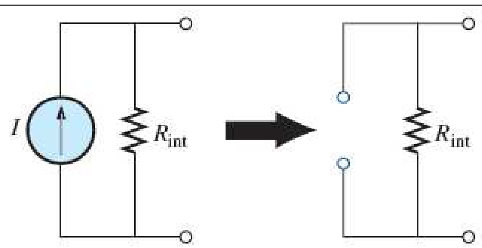
$y_3=f(x_3)=f(x_1)+f(x_2)=y_1+y_2=6+10=16$

→ 중첩성을 만족함

예제 9.1) 2개의 다른 전원(전압원과 전류원)이 인가된 회로의 예

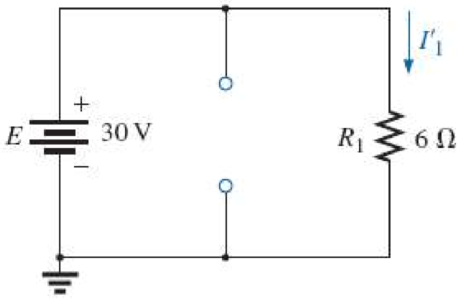
중첩이론을 사용하면 전류 I_1은 전압원 E만을 가했을 때의 전류 I_1'와 전류원 I만을 가했을 때의 전류 I_1''의 합과 같다.



■ 전압원을 제거 - 전압원 $E=0$ (단락(short)) - 내부저항은 남김	
■ 전류원을 제거 - 전류원 $I=0$ (개방(open)) - 내부저항은 남김	

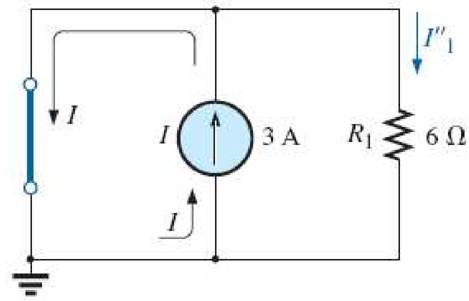
■ 전류원을 제거하고 전압원만 인가했을 때의 전류 I_1'

$$I_1' = \frac{30\,V}{6\Omega} = 5A$$



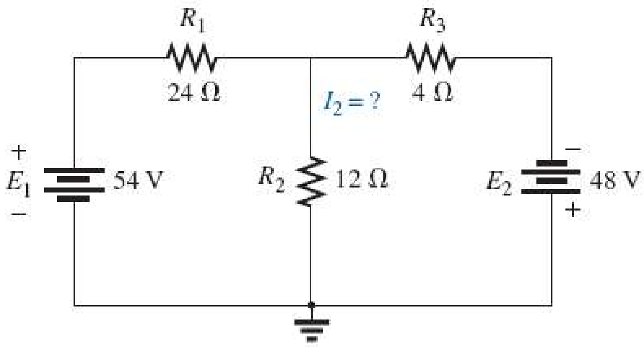
■ 전압원을 제거하고 전류원만 인가했을 때의 전류 I_1''

$$I_1'' = 0A$$

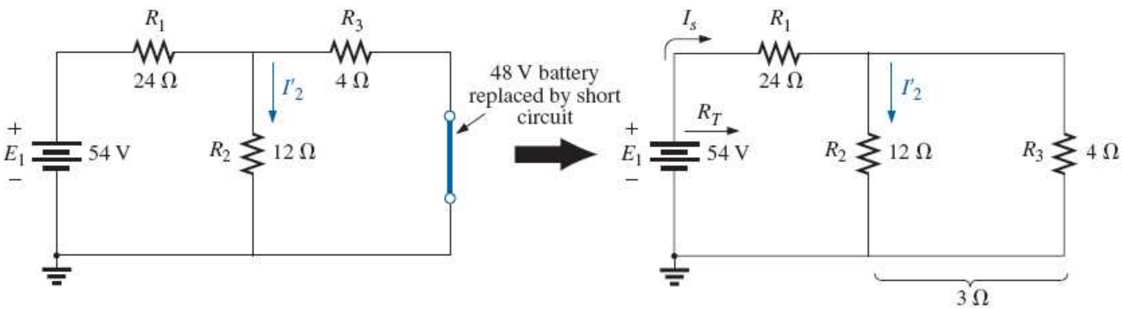


■ 두 전원을 모두 인가하였을 때 : $I_1 = I_1' + I_1'' = 5A + 0A = 5A$

예제 9.2) 중첩이론을 이용하여 R_2에 흐르는 전류 I_2를 구하라.

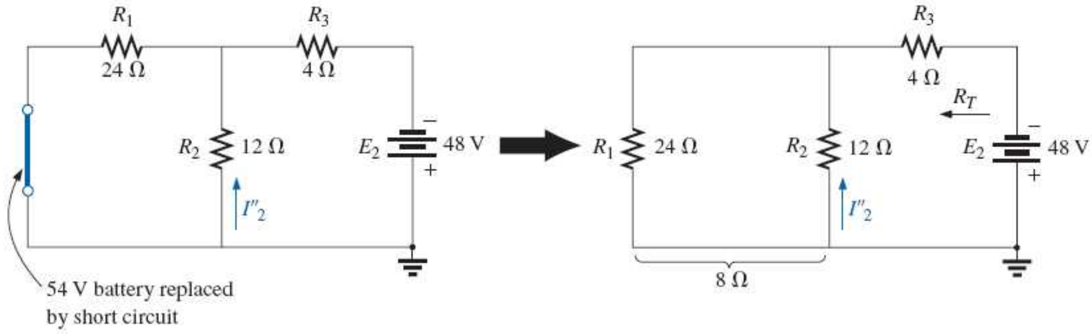


(1) 전원 E_2를 제거했을 때 I_2'를 구함



$$I_2' = \frac{R_3 I_s}{R_3 + R_2} = \frac{(4\Omega)(2A)}{4\Omega + 12\Omega} = 0.5A$$

(2) 전원 E_1를 제거했을 때 I_2''를 구함

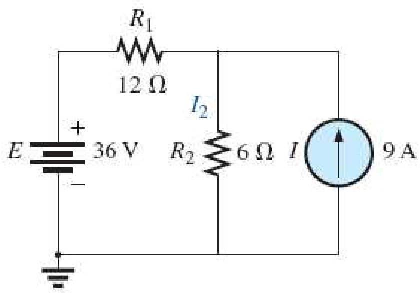


$$I_2'' = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} = \frac{(24\Omega)(4A)}{24\Omega + 12\Omega} = 2.67A$$

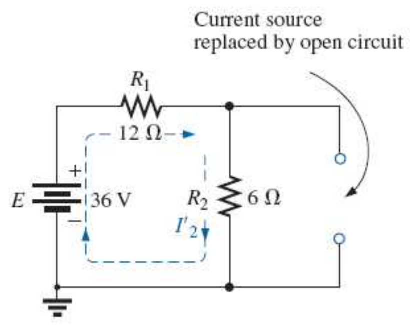
(3) 중첩이론을 이용하여 $I_2 = I_2'' - I_2'$를 구함

$I_2 = I_2'' - I_2' = 2.67A - 0.5A = 2.17A$ (전류방향 ↑)

예제 9.3) 중첩이론을 이용하여 R_2에 흐르는 전류 I_2를 구하라.

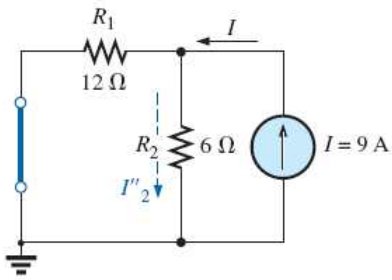


(1) 전류원 $9A$를 제거했을 때 I_2'를 구함



$$I_2' = \frac{E}{R_T} = \frac{36V}{18\Omega} = 2A$$

(2) 전압원 $36V$를 제거했을 때 I_2''를 구함



$$I_2'' = 9A \frac{12\Omega}{12\Omega + 6\Omega} = 6A$$

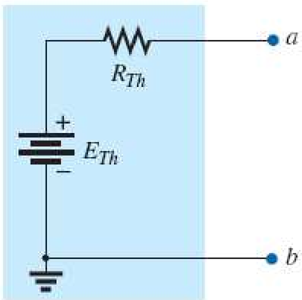
(3) 중첩이론을 이용하여 전체전류 I_2를 구함

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 2A + 6A = 8A$$

※ 전력은 중첩이론을 만족하지 못함 I_2'에 의한 소비전력 $P_1 = (I_2')^2(R_2) = (2A)^2(6\Omega) = 24\,W$ I_2''에 의한 소비전력 $P_2 = (I_2'')^2(R_2) = (6A)^2(6\Omega) = 216\,W$ $P_T = (I_2)^2(R_2) = (8A)^2(6\Omega) = 384\,W$ $P_T \neq P_1 + P_2$이므로 중첩성을 만족하지 못함 • 6Ω의 소비전력 P_T는 각 전원의 소비전력들의 합이 아님. • 전력 P는 전류 I와 비선형관계이므로 중첩성을 만족하지 못함

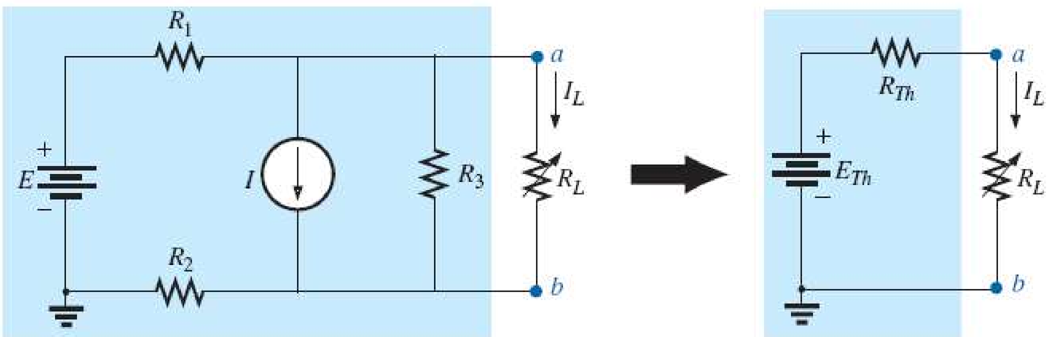
■ 테브닌이론 (Thevenin theorem)

▪ 임의 2단자 dc회로망은 전압원(E_{Th})과 저항(R_{Th})의 직렬로 표현될 수 있다.



<테브닌 등가회로>

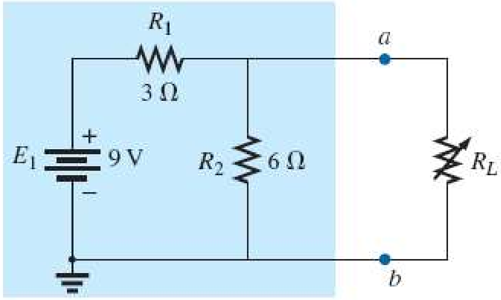
■ a,b 두 단자 좌측의 회로를 테브닌 등가회로로 간략히 표현된 예



■ 테브닌 등가회로로 변환하는 방법

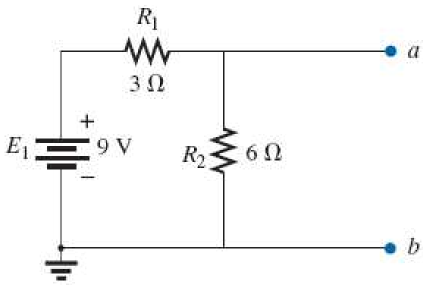
- 테브닌전압 E_{Th} : a,b 단자를 개방하여 회로분리 후, 단자 양단의 전압을 구함
- 테브닌저항 R_{Th} : 전압원은 단락(short)하고 전류원은 개방(open)시킨 후 전체 저항을 구함

예제 9.6) a,b 단자 좌측회로를 테브닌 등가회로로 변환하라.



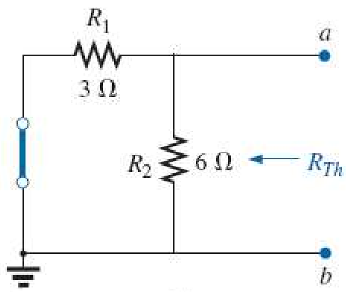
(1) a,b 단자를 개방하고 단자양단의 전압 V_{ab} $(=E_{Th})$를 구함

$$E_{Th} = 9\,V\frac{6\Omega}{3\Omega+6\Omega} = 6\,V$$

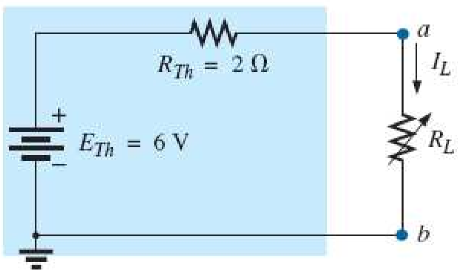


(2) 전압원 E를 제거하고 전체저항 R_{Th}을 구함

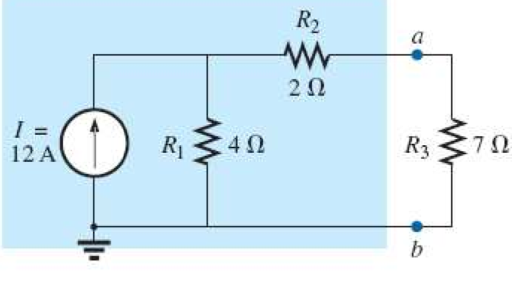
$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega+6\Omega} = 2\Omega$$



(3) 테브닌 등가회로로 변환된 결과회로

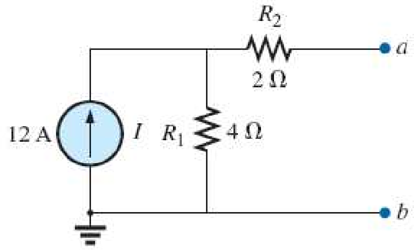


예제 9.7) a,b 단자 좌측회로를 테브닌 등가회로로 변환하라.



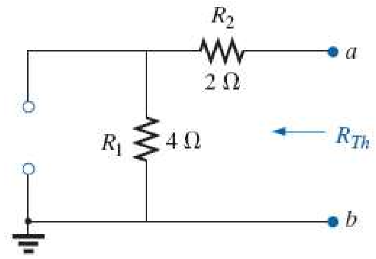
(1) a,b 단자를 개방하고 단자양단의 전압 V_{ab} $(=E_{Th})$를 구함

$E_{Th} = (12A)(4\Omega) = 48\,V$

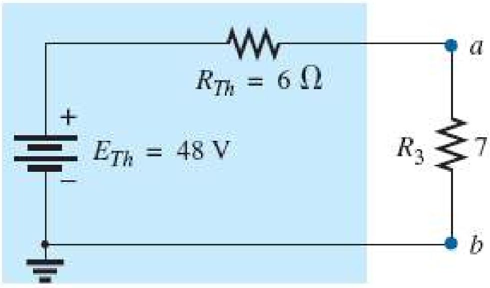


(2) 전류원 I를 제거하고 전체저항 R_{Th}을 구함

$R_{Th} = 4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$

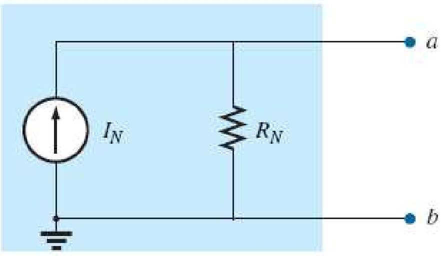


(3) 테브닌 등가회로로 변환된 결과회로



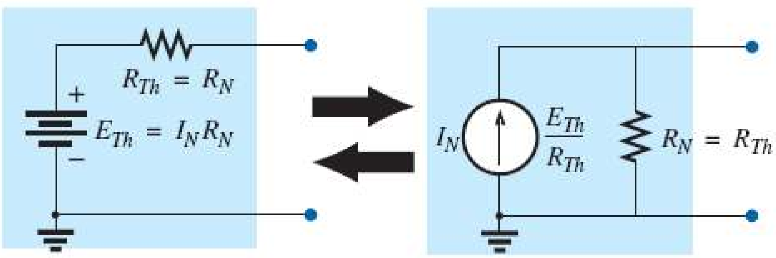
■ 노턴이론 (Norton theorem)

▪ 임의 2단자 dc회로망은 전류원(I_N)과 저항(R_N)의 병렬로 표현될 수 있다.



<노턴 등가회로>

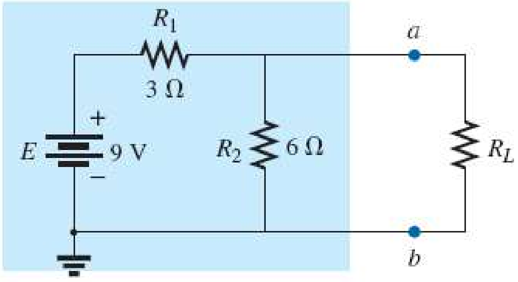
■ 테브닌 등가회로는 노턴 등가회로로 변환 가능함



■ 노턴 등가회로로 변환하는 방법

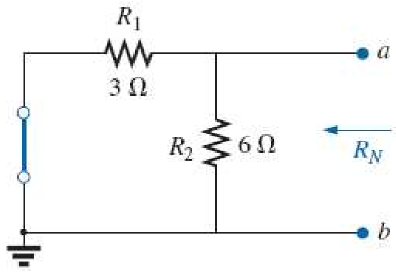
- 노턴전류 I_N : a,b 단자를 단락하고, 단락단자로 흐르는 전류를 구함
- 노턴저항 R_N : 테브닌저항 R_{Th}를 구하는 방법과 동일함 $(R_N = R_{Th})$

예제 9.12) a,b 단자 좌측회로를 노턴 등가회로로 변환하라.



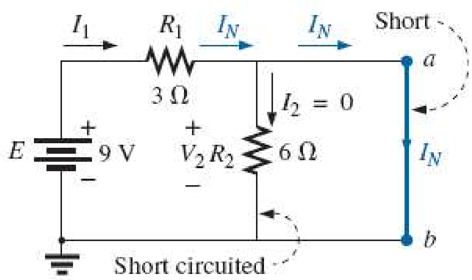
(1) a,b 단자를 개방하고 전압원을 제거하여 노턴저항 R_N을 구함

$$R_N = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 2\Omega$$

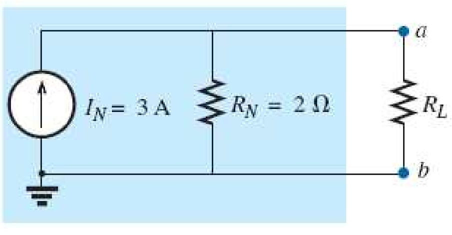


(2) a,b 단자를 단락(short)하고 단락단자에 흐르는 노턴전류 I_N을 구함

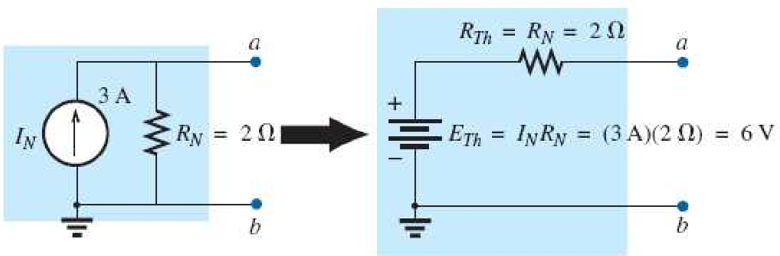
$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\,V}{3\Omega} = 3A$$



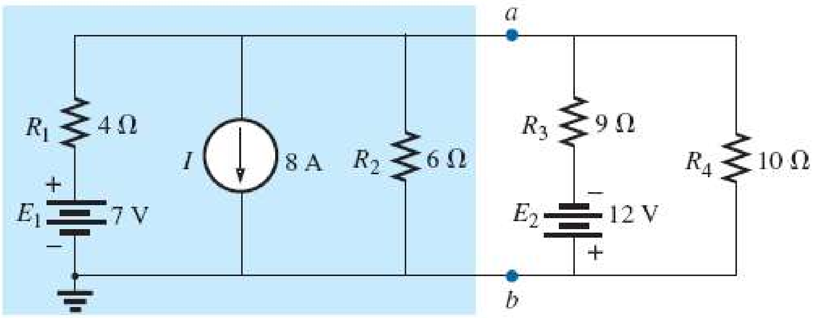
(3) 노턴 등가회로로 변환된 결과회로



■ 노턴 등가회로에서 테브닌 등가회로로 변환

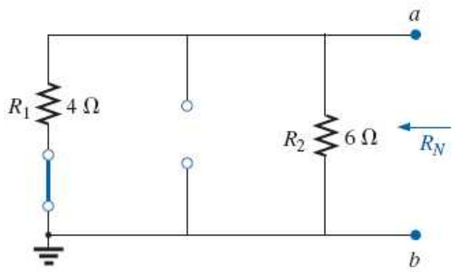


예제 9.14) a,b 단자 좌측회로를 노턴 등가회로로 변환하라.



(1) a,b 단자를 개방하고 전류원과 전압원을 제거하여 노턴저항 R_N을 구함

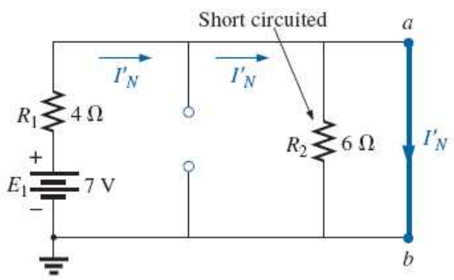
$$R_N = \frac{(4\Omega)(6\Omega)}{4\Omega + 6\Omega} = 2.4\Omega$$



(2) a,b 단자를 단락(short)하고 단락단자에 흐르는 노턴전류 I_N을 구함 (중첩이론 이용)

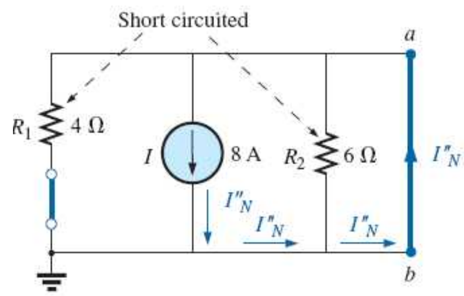
• 전류원 제거 후 I_N'를 구함

$$I_N' = \frac{E_1}{R_1} = \frac{7\,V}{4\Omega} = 1.75A$$



• 전압원 제거 후 I_N''를 구함

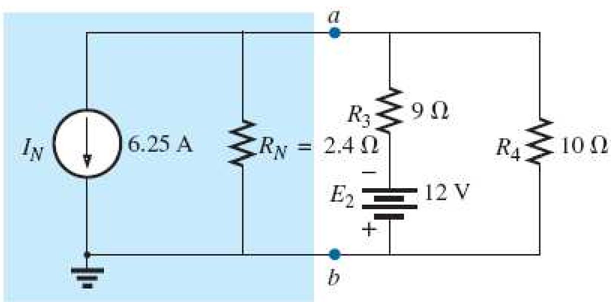
$$I_N'' = I = 8A$$



• 중첩이론으로 노턴전류 구함

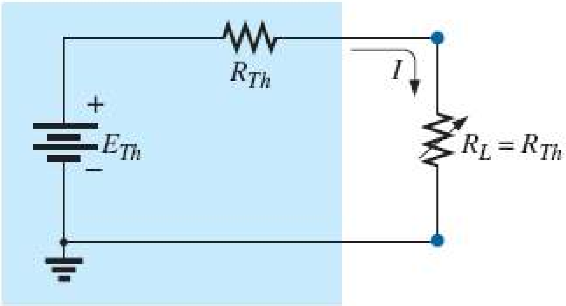
$$I_N = I_N'' - I_N' = 8A - 1.75A = 6.25A$$

(3) 노턴 등가회로로 변환된 결과회로



■ 최대전력전달이론 (Maximum power transfer theorem)

▪ 부하(load)에 전력이 최대로 전달되기 위해서는 테브닌등가저항 R_{Th}과 부하저항 R_L이 서로 같을 때이다.



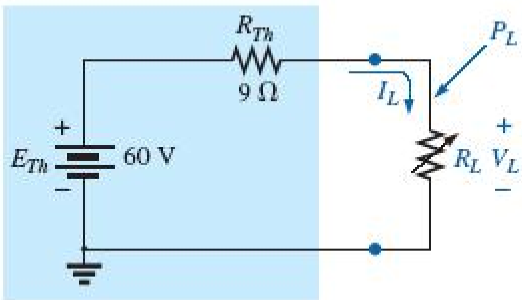
<테브닌등가회로와 부하저항>

$R_L = R_{Th}$일 때 부하에 최대전력이 전달된다

▪ 최대부하전력:

$$P_{L_{\max}} = I_L^2 R_L = \left(\frac{E_{Th}}{2R_{Th}}\right)^2 (R_{Th}) = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}}$$

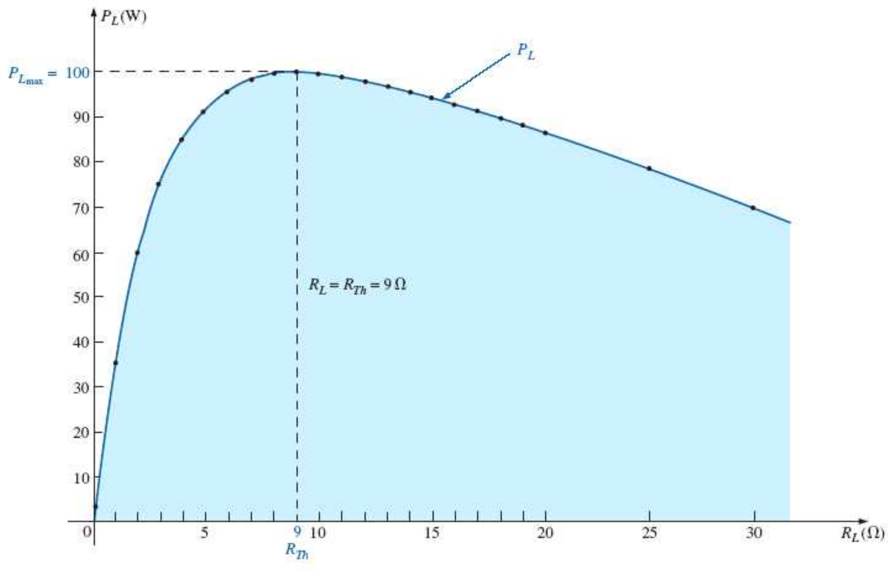
예) 부하저항 R_L에 전달되는 최대전력은?



$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{60\,V}{9\Omega + R_L}\right)^2 (R_L) = \frac{3600 R_L}{(9\Omega + R_L)^2}$$

▪ 최대전력 ($R_L = R_{Th} = 9\Omega$)

$$P_{L_{\max}} = \frac{3600(9\Omega)}{(9\Omega + 9\Omega)^2} = 100\,W$$



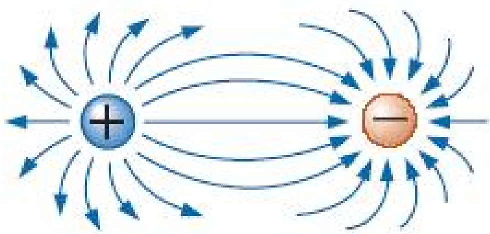
<R_L에 따른 전력 그래프($R_L = R_{Th} = 9\Omega$ 일 때 최대전력)>

제 10장. 커패시터 (Capacitors)

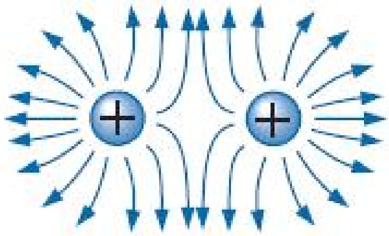
■ 전기장 (또는 전장) (electric field)

▪ 전기장

- 양(+)전하와 음(−)전하 사이에 전기적인 힘이 미치는 공간
- 동일한 전하사이에는 반발력이 작용하고, 다른 전하 사이에는 인력이 작용함
- 전기장은 전속선(electric flux lines)으로 표현
- 전속선은 양(+)전하에서 음(-)전하로 향함

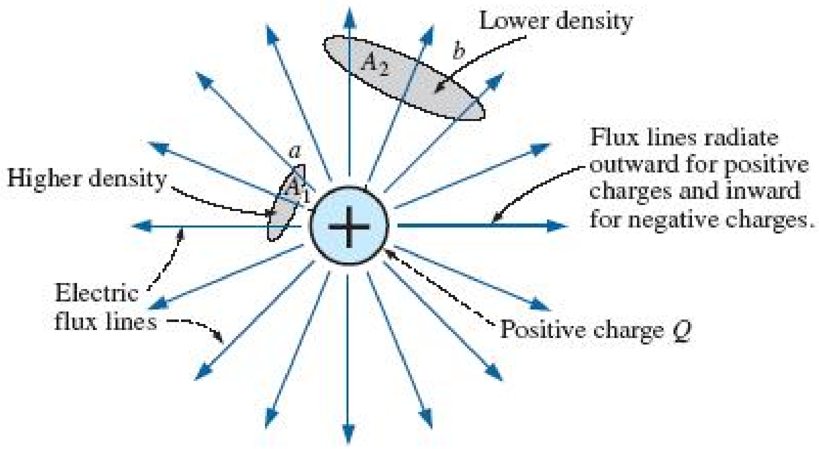


<다른 전하간의 전기장>



<동일 전하간의 전기장>

- 전기장은 임의 영역 A를 통과하는 전속선의 개수가 많을수록 강함
  (아래 그림에서 영역 a가 영역 b에서 보다 전속선의 밀도가 높으므로 전기장이 강함)



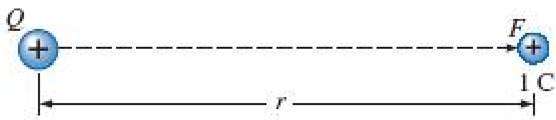
<양의 전하로부터 음의 전하로 향하는 전속선>

▪ 전기장세기(electric field strength)

– 전기장 내의 한 점에 단위전하 $q(+1C)$을 놓았을 때 그 전하가 받는 전기력의 크기

$$\boxed{\mathscr{E} = \frac{F}{Q}} \qquad \text{(newtons/coulomb, N/C)}$$

– 전하 Q의 전자장 내에 놓인 단위 전하 $q(+1C)$가 받는 힘



<전하 Q의 전자장 내에 놓인 단위 전하 $q(+1C)$가 받는 힘>

– 쿨롱법칙에 의해 힘 F는

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} = k\frac{Q(1\,\text{C})}{r^2} = \frac{kQ}{r^2} \quad (k = 9 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)$$

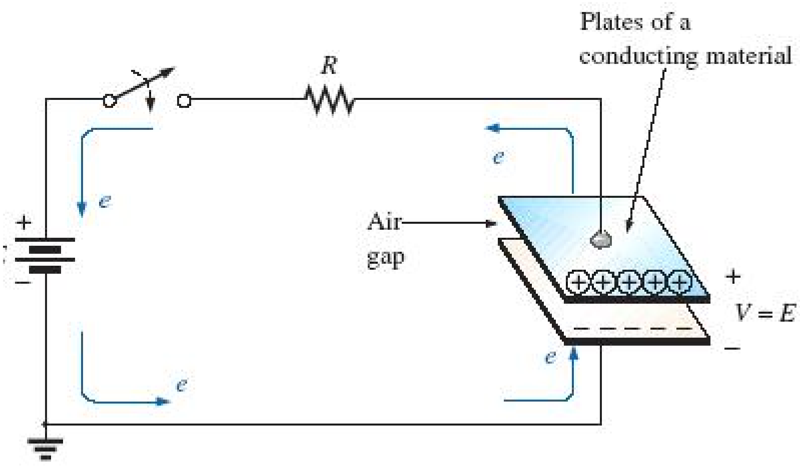
이므로 전기장세기는

$$\boxed{\mathscr{E} = \frac{kQ}{r^2}} \qquad \text{(N/C)}$$

로 표현할 수 있다.

■ 커패시턴스 (Capacitance)

▪ 커패시터(capacitor): 두 전도성 판 사이에 절연체(공기 등)가 놓인 소자



<기본 충전 회로>

- 커패시턴스(capacitance): 커패시터에 전하를 축적할 수 있는 능력
  - 커패시턴스가 클수록 동일한 전압에도 더 많은 전하를 축적할 수 있음
  - 커패시턴스 C는 단위 전압 V당 축적할 수 있는 전하 Q임

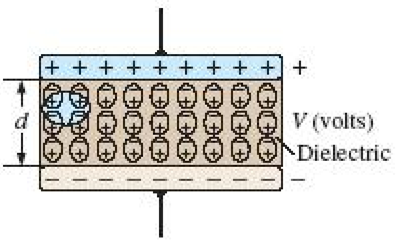
$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \qquad \begin{aligned} C &= \text{farads (F)} \\ Q &= \text{coulombs (C)} \\ V &= \text{volts (V)} \end{aligned}$$

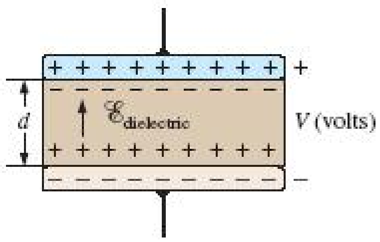
$$\boxed{Q = CV} \qquad \text{(coulombs, C)}$$

- 전기장세기는 두 판 사이의 거리 d에 반비례하고 인가전압 V에 비례함

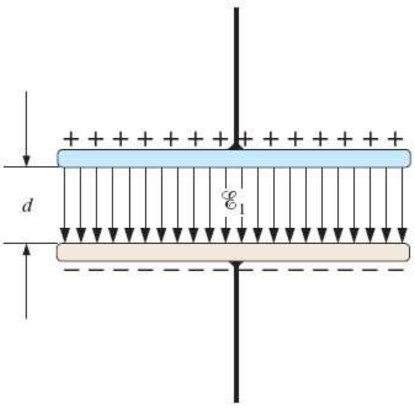
$$\boxed{\mathscr{E} = \frac{V}{d}} \qquad \begin{aligned} \mathscr{E} &= \text{volts/m (V/m)} \\ V &= \text{volts (V)} \\ d &= \text{meters (m)} \end{aligned}$$

- 커패시터 두 판 사이 유전체(또는 절연체)(dielectric)의 영향
- 유전체 쌍극(dipole)들이 판의 양단 전압 V에 의해 일정히 배열
- (-)전하(전자)는 위로 (+)전하(양성자)는 아래로 배열되어 분극(polarized)
- 유전체 내의 전하 분극으로 인해 반대 방향의 전기장 $\mathscr{E}_{\text{dielectric}}$이 발생함

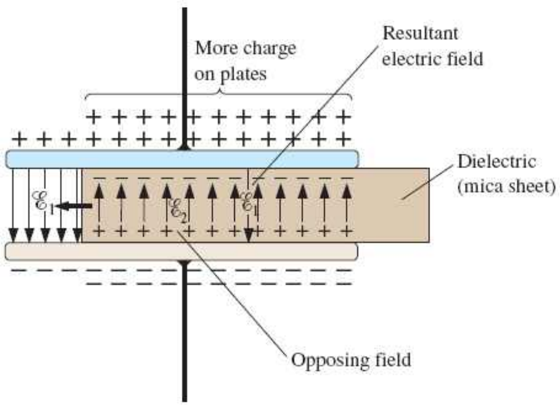




- 커패시터 판 사이에 유전체의 삽입효과
- 공기에 비해 유전체가 삽입되면 유전체에 더 많은 전하가 축적됨



<판 사이가 공기>



<판 사이에 유전체 삽입>

▪ 상대 유전율 또는 비유전율 (relative permittivity)

– 공기의 유전율 ϵ_o에 따른 다른 유전체의 상대적 유전율

$$\boxed{\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_o}} \qquad \text{(dimensionless)}$$

여기서, ϵ는 유전체의 유전율

Relative permittivity (dielectric constant) ϵ_r of various dielectrics.

Dielectric	ϵ_r (Average Values)
Vacuum	1.0
Air	1.0006
Teflon®	2.0
Paper, paraffined	2.5
Rubber	3.0
Polystyrene	3.0
Oil	4.0
Mica	5.0
Porcelain	6.0
Bakelite®	7.0
Aluminum oxide	7
Glass	7.5
Tantalum oxide	30
Ceramics	20–7500
Barium-strontium titanite (ceramic)	7500.0

Dielectric strength of some dielectric materials.

Dielectric	Dielectric Strength (Average Value) in Volts/Mil
Air	75
Barium-strontium titanite (ceramic)	75
Ceramics	75–1000
Porcelain	200
Oil	400
Bakelite®	400
Rubber	700
Paper paraffined	1300
Teflon®	1500
Glass	3000
Mica	5000

■ 커패시터 (Capacitor)

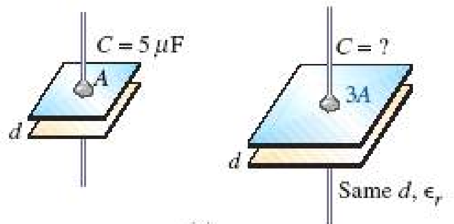
▪ 커패시터의 커패시턴스

- 커패시턴스는 판 면적이 클수록 유전율이 높을수록 거리가 적을수록 큼

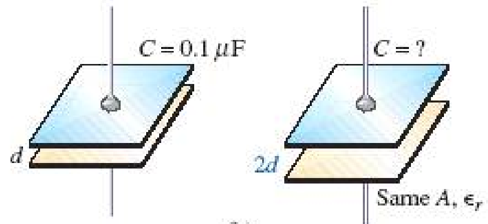
$$\boxed{C = \epsilon \frac{A}{d}}$$

C = farads (F)
ϵ = permittivity (F/m)
A = m^2
d = m

예제 10.2) 커패시턴스를 구하라.



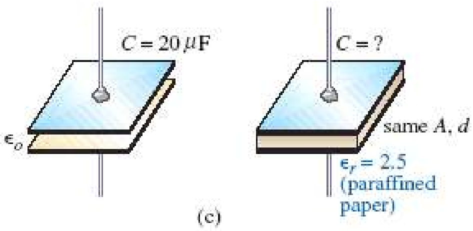
(a)



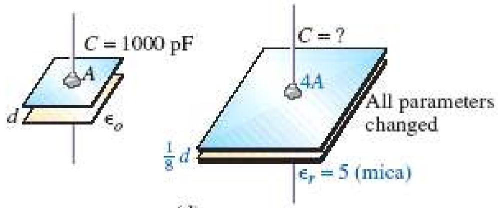
(b)

$$C = 3(C_o) = 3(5\ \mu\text{F}) = \mathbf{15\ \mu F}$$

$$C = \frac{1}{2}(0.1\ \mu\text{F}) = \mathbf{0.05\ \mu F}$$



(c)

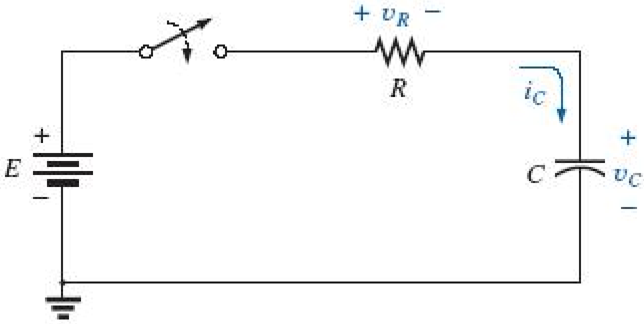


(d)

$$C = \epsilon_r C_o = 2.5(20\ \mu\text{F}) = \mathbf{50\ \mu F}$$

$$C = (5)\frac{4}{(1/8)}(C_o) = 160(1000\ \text{pF}) = \mathbf{0.16\ \mu F}$$

■ 커패시터 회로의 과도(transients)상태 - 충전단계(charging phase)



<기본적 R-C 충전회로>

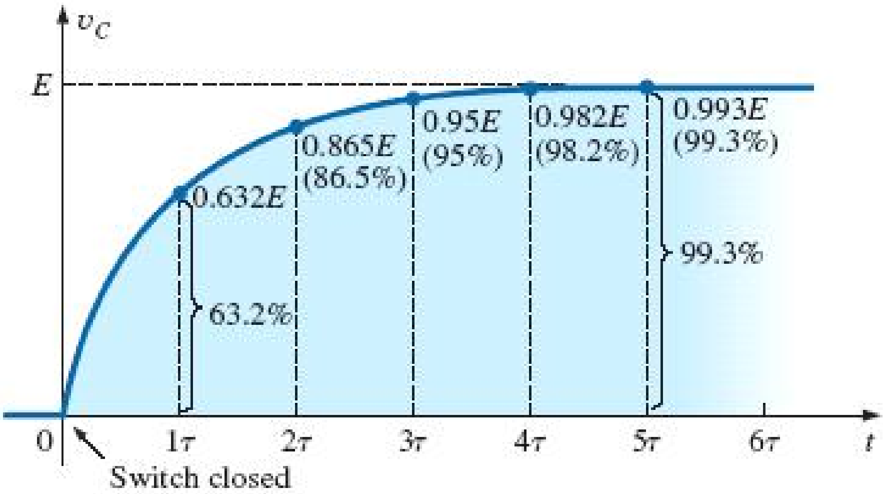
▪ 충전단계의 커패시터전압

$$\boxed{v_C = E(1 - e^{-t/\tau})}_{\text{charging}} \qquad \text{(volts, V)}$$

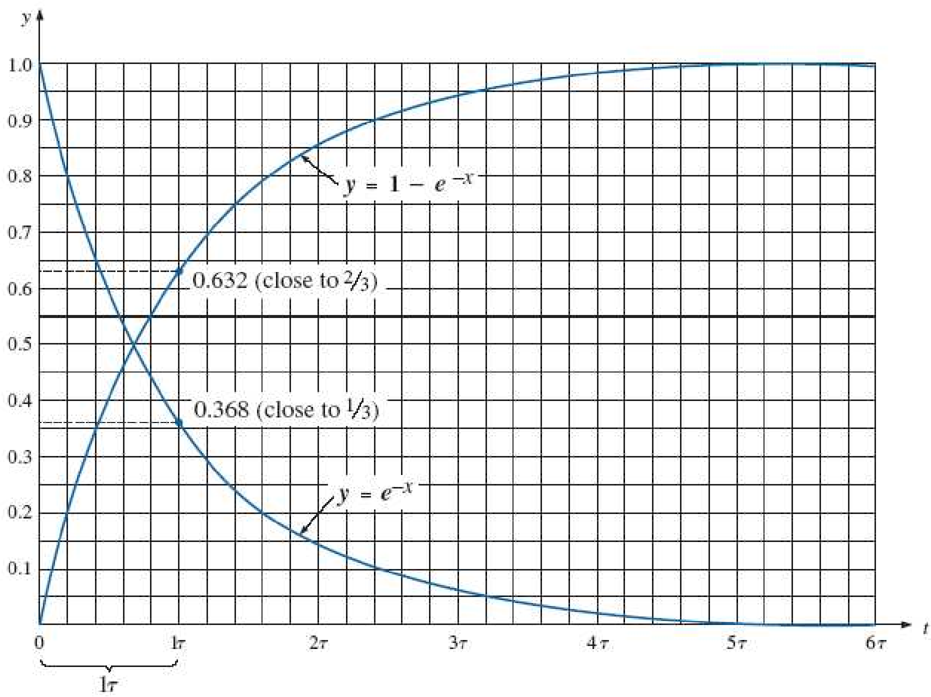
여기서, τ 는 시정수(time constant)이라 부름.

$$\boxed{\tau = RC} \qquad \text{(time, s)}$$

※ 커패시터전압 v_c는 $t = 5\tau$ 일 때 입력전압 E 까지 충전됨



<충전단계에서의 커패시터전압 변화>

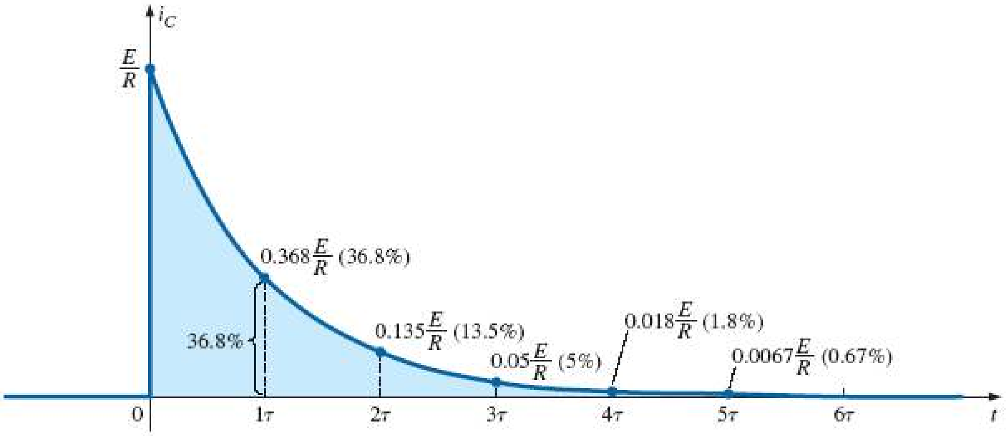


<시정수(time constant) 그래프>

- 충전단계의 커패시터전류

$$\boxed{i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}_{\text{charging}} \qquad \text{(amperes, A)}$$

여기서, τ 는 커패시터전압의 시정수와 동일함



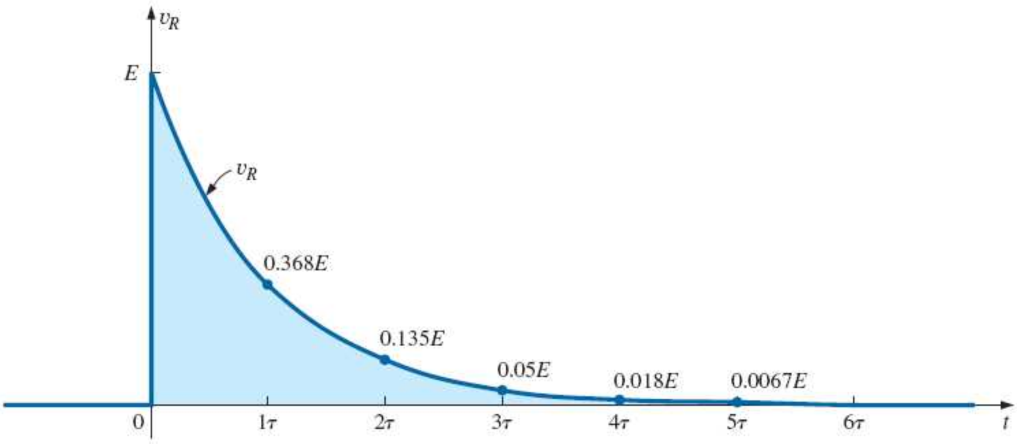
<충전단계에서의 커패시터전류 변화>

- 충전단계의 저항전압

$$\boxed{v_R = Ee^{-t/\tau}}_{\text{charging}} \qquad \text{(volts, V)}$$

$(\because)\quad v_R = i_R R = i_c R \quad \Rightarrow \; v_R = \left(\frac{E}{R}e^{-t/\tau}\right)R = E\,e^{-t/\tau}$

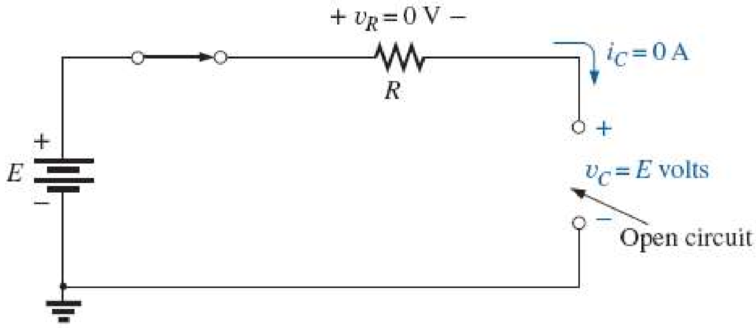
또는 $v_R = E - v_c = E - E(1 - e^{-t/\tau}) = E\,e^{-t/\tau}$



<충전단계에서의 저항전압 변화>

■ 커패시터 회로의 정상상태(steady state) - 충전완료단계

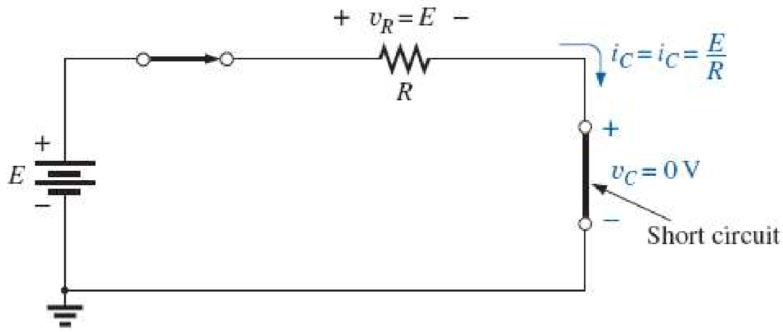
- 충전완료일 때($t > 5\tau$)의 회로는 커패시터가 개방상태와 같음
  $v_c = E\ [V],\ v_R = 0\ [V],\ i_c = i_R = 0\ [A]$



<충전완료일 때의 등가회로 (커패시터가 개방)>

■ 커패시터 회로의 초기 스위칭 시작단계

- 스위칭시작($t = 0$)일 때의 회로는 커패시터가 단락(short)상태와 같음
  , $v_c = 0\ [V],\ v_R = E\,[V],\ i_c = i_R = \dfrac{E}{R}\ [A]$



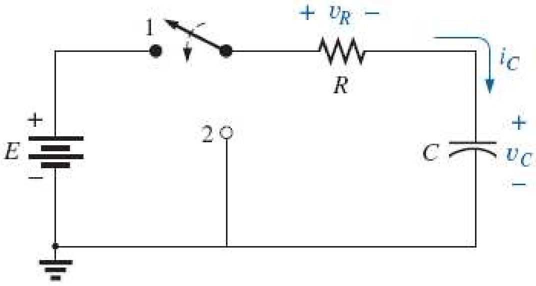
<충전 초기일 때의 등가회로 (커패시터가 단락)>

※ 커패시터 양단의 전압은 순간적으로 변할 수 없다.

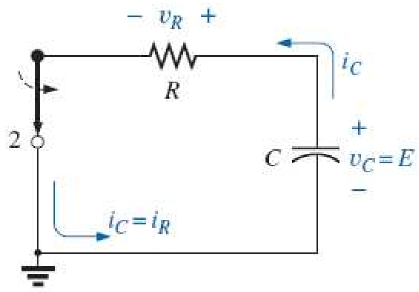
- 시정수의 단위는 시간이다.

$$\tau = RC = \left(\frac{V}{I}\right)\left(\frac{Q}{V}\right) = \left(\frac{\cancel{V}}{\cancel{Q}/t}\right)\left(\frac{\cancel{Q}}{\cancel{V}}\right) = t\,(\text{seconds})$$

■ 커패시터 회로의 과도상태(transients) - 방전단계(discharging phase)



- 스위치 1번: 충전단계
- 스위치 2번: 방전단계



< 커패시터에 충전이 완료된 후 스위치 2번으로 전환된 방전단계의 회로도>

- 방전시의 커패시터전압 변화

$$\boxed{v_C = Ee^{-t/\tau}}\ \text{discharging}$$

여기서, 시정수 τ (충전시와 동일함)

$$\boxed{\tau = RC}\ \text{discharging}$$

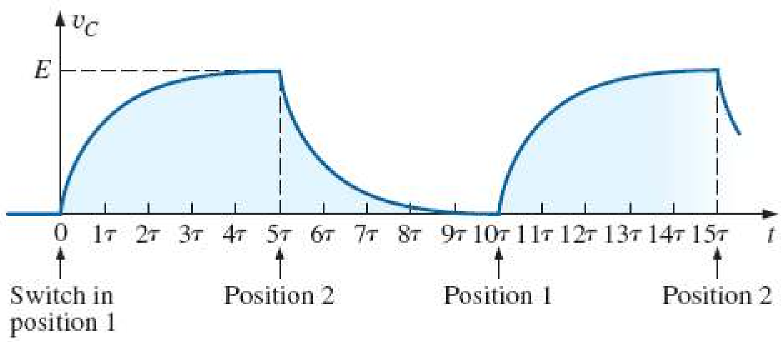
- 방전시의 커패시터전류

$$\boxed{i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}\ \text{discharging}$$

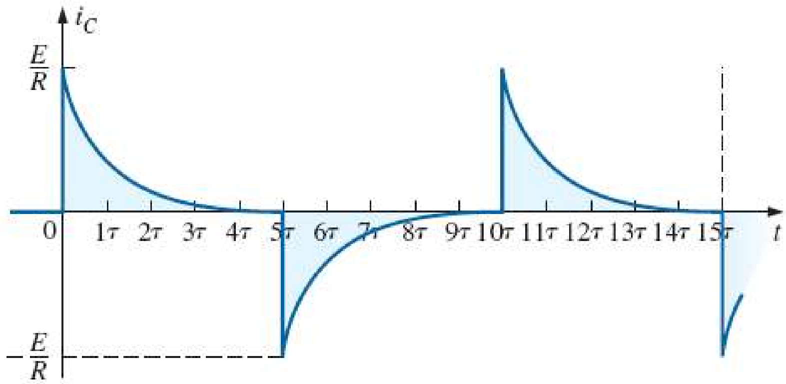
- 방전시의 저항전압

$$\boxed{v_R = Ee^{-t/\tau}}\ \text{discharging}$$

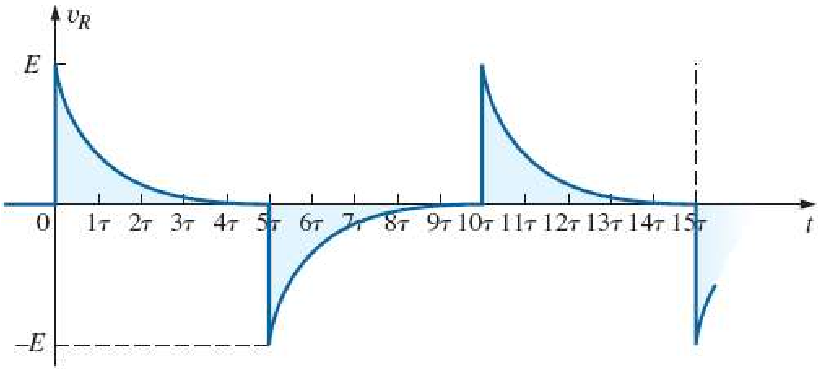
▢ 스위칭을 5τ 시간 마다 1번과 2번으로 전환될 때의 파형



<커패시터전압 파형>



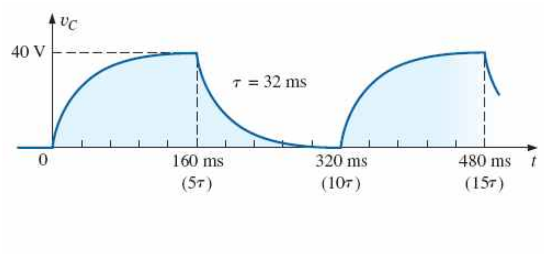
<커패시터전류 파형>

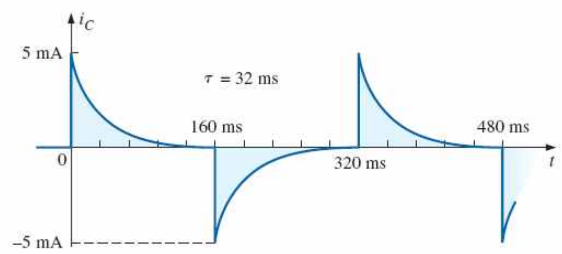


<저항전압 파형>

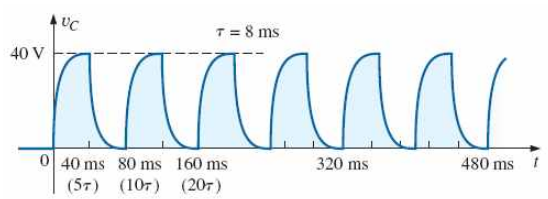
■ 시정수의 응답효과

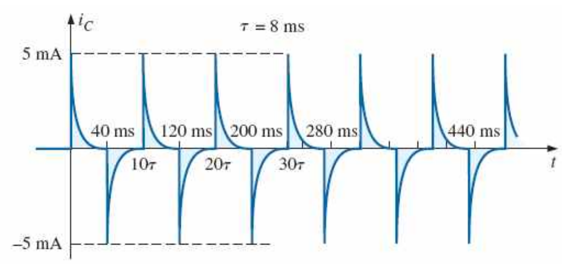
- 시정수가 클수록(R과 C가 클수록) 충방전시간이 길다. ($\tau = 32ms$일 때)





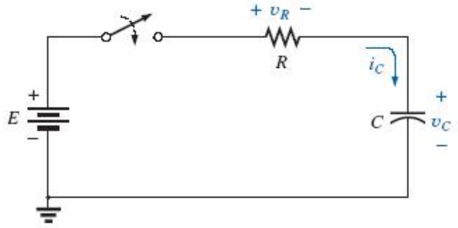
- 시정수가 짧을수록 충방전시간이 짧다. ($\tau = 8ms$일 때)



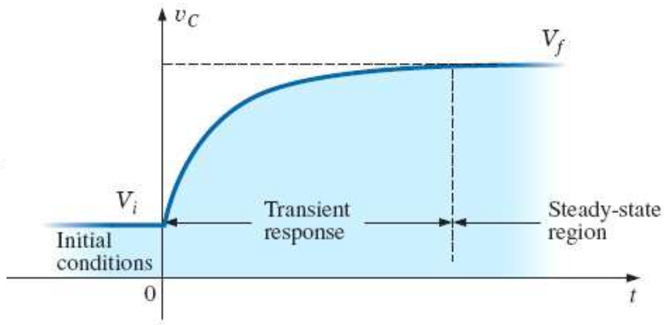


■ 초기조건(Initial condition)

- 커패시터에 V_i로 충전되어 있는 상태($v_c(0) = V_i$)에서 스위칭되었을 때



<초기조건상태의 충전회로>



- 초기조건이 0일 때 커패시터전압:

$$v_c = E(1-e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1-e^{-t/\tau})$$

여기서 V_f는 충전 최종(final)전압($V_f = E$), V_i는 초기(initial)전압($V_i = 0\,V$)

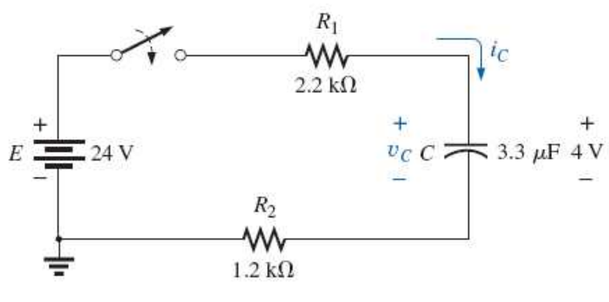
- 초기전압이 V_i이 있을 경우($V_i \neq 0$)일 때 커패시터전압:

$$v_c = V_i + (V_f - V_i)(1-e^{-t/\tau})$$

다르게 표현하면,

$$\boxed{v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}}$$: 커패시터의 일반적 과도응답 방정식

예제 10.10) 커패시터의 초기전압은 4V이다.

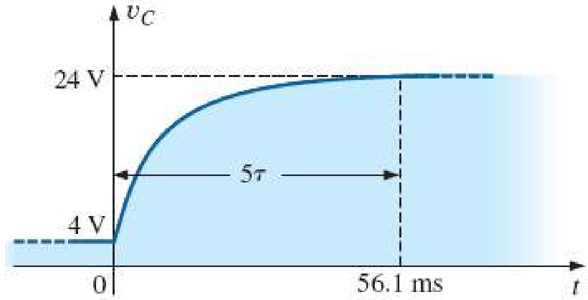


a. 스위치와 닫힐 때 커패시터전압을 수식으로 표현하라.

시정수 $\tau = (R_1 + R_2)C = (2.2K\Omega + 1.2k\Omega)(3.3\mu F) = 11.22ms$

$$v_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau} = 24\,V + (4\,V - 24\,V)e^{-t/11.22ms}$$

$$\therefore\ v_c = 24\,V - 20\,V e^{-t/11.22ms}$$

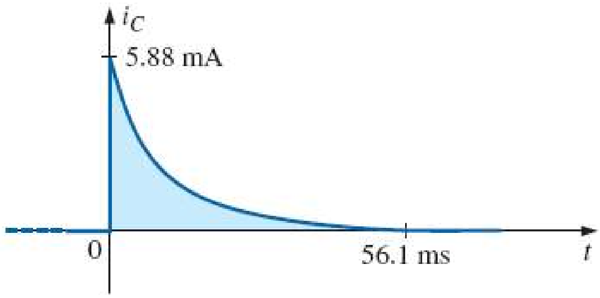


<커패시터 전압>

b. 과도기간(transient period)의 커패시터전류를 수식으로 표현하라.

$t=0$일 때 전류: $I_m = \dfrac{E - V_i}{R_1 + R_2} = \dfrac{24V - 4V}{2.2k\Omega + 1.2k\Omega} = 5.88mA$

커패시터전류: $i_c = (5.88mA)\, e^{-t/11.22ms}$



■ 순간치 (Instantaneous value)

▪ 순간치: 특정 시간에서의 커패시터 전압 및 전류를 의미함

예) 커패시터전압이 $v_c = 20V(1-e^{-t/2ms})$이면, $t=5ms$일 때의 전압 순간치는?

$$v_c = 20V(1-e^{-5ms/2ms}) = (20V)(1-e^{-2.5}) = 18.36V$$

▪ 과도응답 방정식으로부터의 시간 관계식

$v_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$ 으로부터

$$\boxed{t = \tau(\log_e)\frac{(V_i - V_f)}{(v_C - V_f)}}$$

예) $v_c = 20V(1-e^{-t/2ms})$일 때 $10V$에 도달하는 시간은?

$$t = \tau(\log_e)\frac{(V_i - V_f)}{(v_c - V_f)} = (2ms)(\log_e)\frac{(0V - 20V)}{(10V - 20V)} = 1.386ms$$

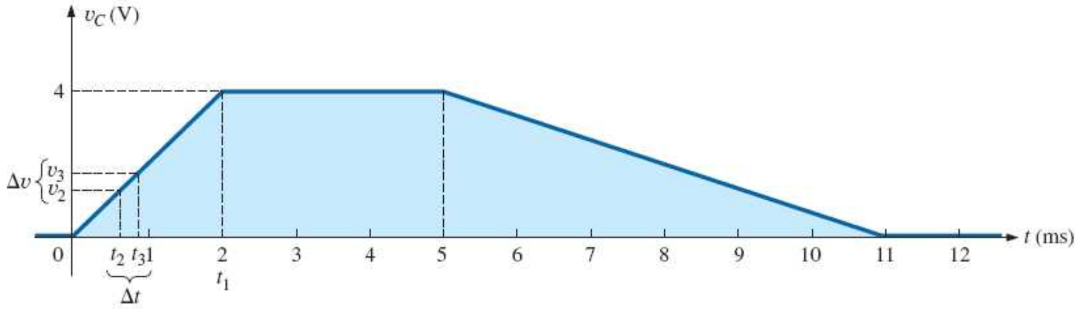
■ 커패시터전류

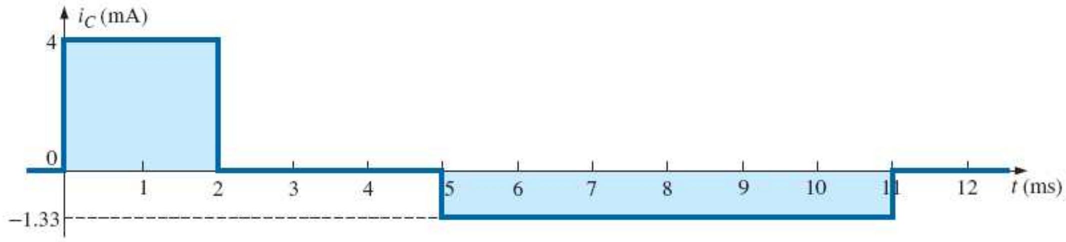
▪ 커패시터전류와 전압의 관계식

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt}$$

– 커페시터전류 i_c는 커패시터전압 v_c의 변화율에 비례한다.
(v_c의 변화가 없으면 i_c는 영이다)

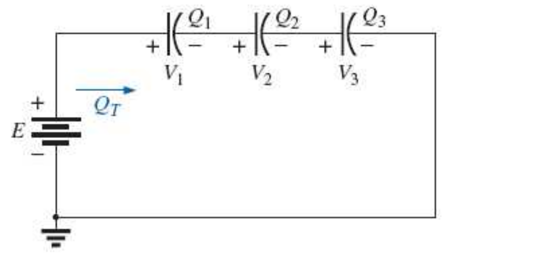
예제 10.14) $2\mu F$의 커패시터 양단의 전압파형이 아래와 같을 때, 전류파형은?





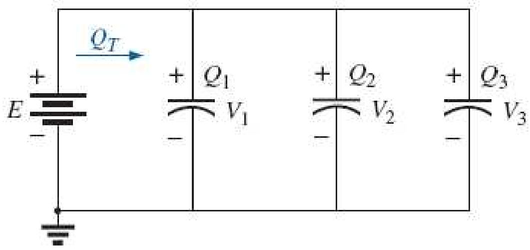
■ 직렬과 병렬의 커패시터

▪ 직렬 커패시터



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

▪ 병렬 커패시터



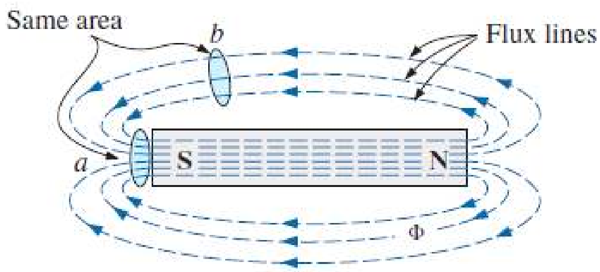
$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

제 11장. 인덕터 (Inductors)

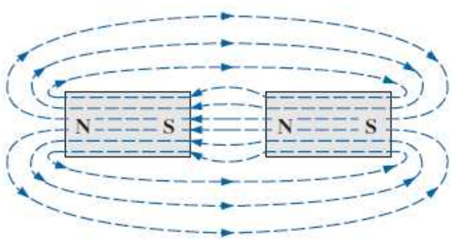
■ 자기장 (또는 자장) (magnetic field)

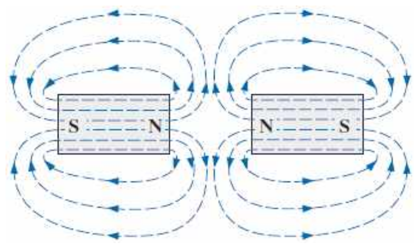
▪ 자기장

- 자기장은 영구자석의 주위영역에서 발생하며, 자속선(electric flux lines)으로 표현
- 자속선은 자석 N(north)극에서 S(south)극으로 향함
- 지구는 큰 자석이며 자기장에 의해 나침판이 작용함



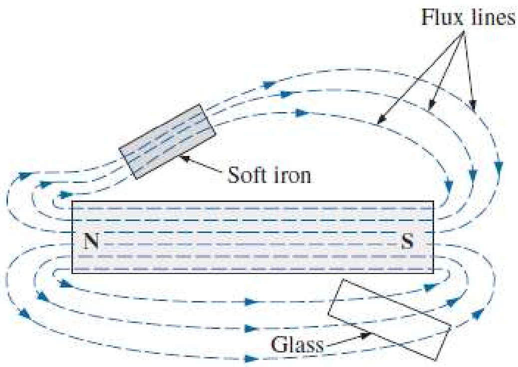
<영구자석의 자속선 분포>



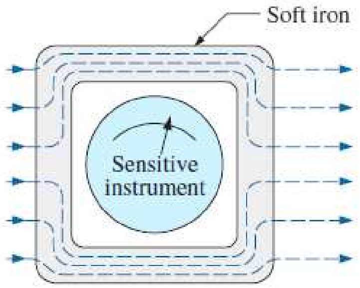


<다른 극성이 인접된 경우> <동일 극성이 인접된 경우>

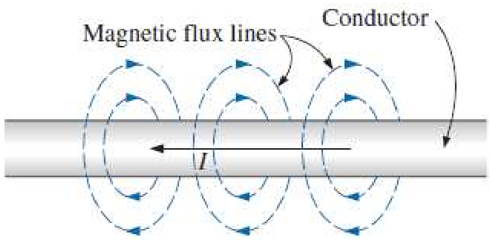
- 영구자석 주위에 유리 또는 구리와 같은 비자성체(nonmagnetic material) 물질이 위치하면 자속선의 분포는 영향이 없으나, 연철(soft iron)과 같은 자성체(magnetic material)가 자속경로 내에 위치하면 자성체로 자속선이 더 많이 지나감



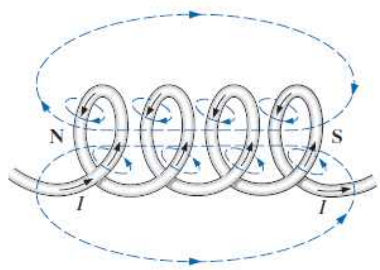
- 민감한 계측기(sensitive instrument) 주위에 자성체로 감싸면 외부자기장에 영향을 받지 않음. 즉, 자기차폐(magnetic shield)됨



- 오른손법칙(right-hand rule): 도체에 흐르는 전류의 방향으로 오른손 엄지를 향하도록 감쌀 때 감싸는 손가락방향으로 자속선이 발생함

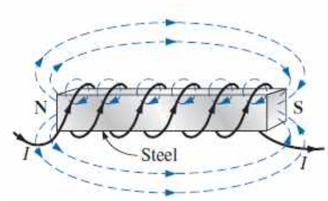


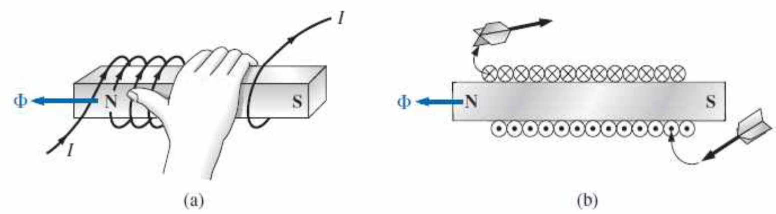
- 코일(coil)에 전류가 흐를 때 자속선의 나오는 방향이 N극이고 들어가는 방향이 S극임



<단일 권회전 코일의 자속선분포> <코일의 자속선분포>

- 코일 내에 금속을 넣고 전류를 인가하면 금속은 자속선이 나가는 방향으로 N극, 들어가는 방향으로 S극의 전자석(electromagnet)이 됨





<전자석> <전자석의 자속방향 판단방법>

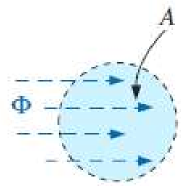
▪ 자속밀도(magnetic flux density)

- 자기장의 강도는 자속선의 밀도(자속밀도)가 높을수록 강함
- 자속밀도 B는 단위면적당 지나는 자속선의 개수임

  Φ은 면적 A을 지나는 자속선의 개수임 (단위는 Wb(weber)임)

$$\boxed{B = \frac{\Phi}{A}}$$

B = Wb/m^2 = teslas (T)
Φ = webers (Wb)
A = m^2



- 자속밀도 B의 단위를 테슬라라고도 함

$$\boxed{1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2}$$

▪ 기자력(magnetomotive force)

- 전자석의 자속밀도는 코일의 권선수 N와 코일에 흐르는 전류 I에 비례함
- 기자력은 코일의 권선수와 전류의 곱임

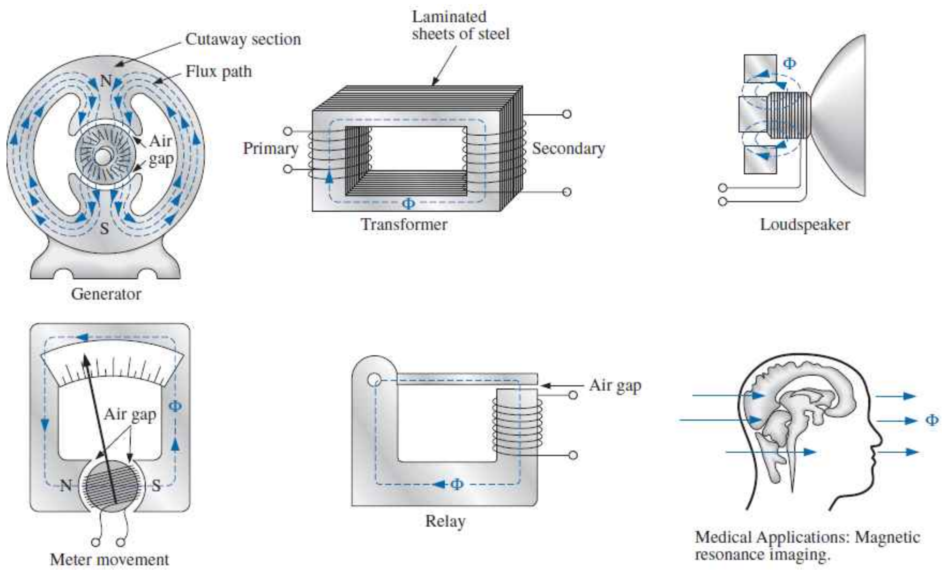
$$\boxed{\mathscr{F} = NI} \qquad \text{(ampere-turns, At)}$$

▪ 비투자율(relative permeability)

- 자유공간의 투자율 μ_o에 대한 상대적인 투자율

$$\boxed{\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o}}$$

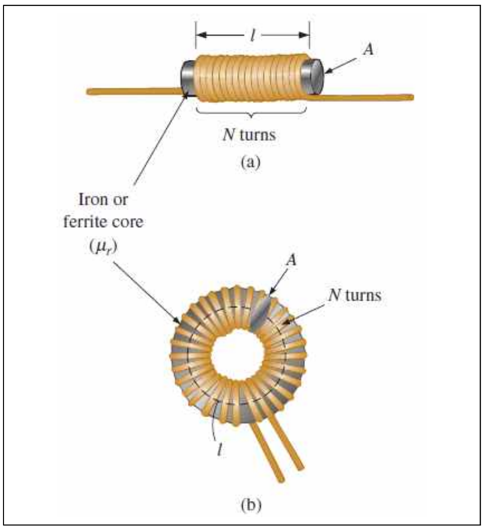
- 강자성체(ferromagnetic material)의 비투자율은 $\mu_r \geq 100$ (비자성체는 1)



<자기효과의 응용 예>

■ 인덕터(Inductor)와 인덕턴스(Inductance)

- 인덕터(inductor)
  - 코일사이에 투자율이 높은 물질이 삽입되어 있는 소자
  - 강한 자기장를 형성하도록 설계되었음
  - 반면에 커패시터는 두 전도판 사이에 강한 전장을 형성하도록 설계됨

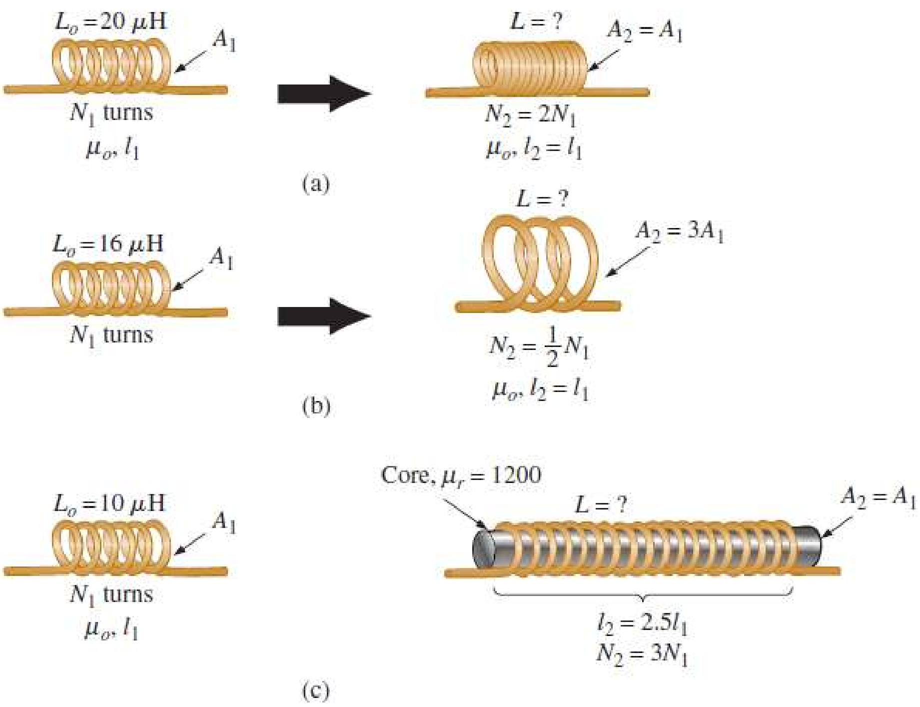


- 인덕턴스(inductance)

$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 A}{l}}$$

μ = permeability (Wb/A · m)
N = number of turns (t)
A = m^2
l = m
L = henries (H)

예제 11.2) N, l, A 및 μ의 변화에 따른 인덕턴스 L의 변화

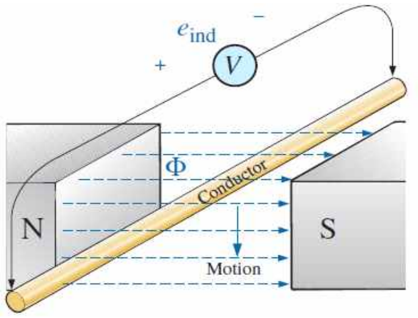


■ 인덕터(코일)전압 v_L

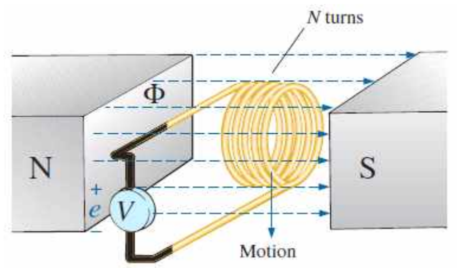
▪ Faraday 법칙

– 권선수가 N인 코일이 자기장을 통해 이동할 때 코일 양단에 유기되는 전압 e는 코일 권선수 N과 자속의 변화율 $d\phi/dt$의 곱과 같음

$$\boxed{e = N\frac{d\phi}{dt}} \qquad \text{(volts, V)}$$



<자기장 내 도체이동에 의해 유기된 전압>



<Faraday 법칙>

▪ 코일의 인덕턴스(inductance)

– 인덕턴스는 코일의 전류변화에 의한 자속의 변화율과 코일의 권선수 N의 곱임

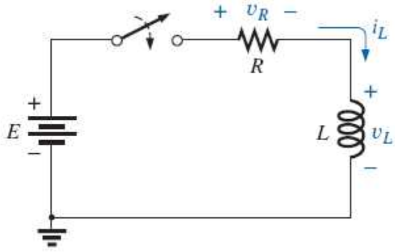
$$\boxed{L = N\frac{d\phi}{di_L}} \qquad \text{(henries, H)}$$

▪ 코일 양단에 유기되는 전압

$$e = N\frac{d\phi}{dt} = \left(N\frac{d\phi}{di_L}\right)\left(\frac{di_L}{dt}\right) \quad \text{이므로} \quad \boxed{v_L = L\frac{di_L}{dt}} \qquad \text{(volts, V)}$$

– 인덕턴스가 클수록 그리고/또는 코일에 흐르는 전류의 변화가 클수록 코일의 양단에 유기되는 전압은 커짐

■ $R-L$회로의 과도상태: 저장(storage)단계



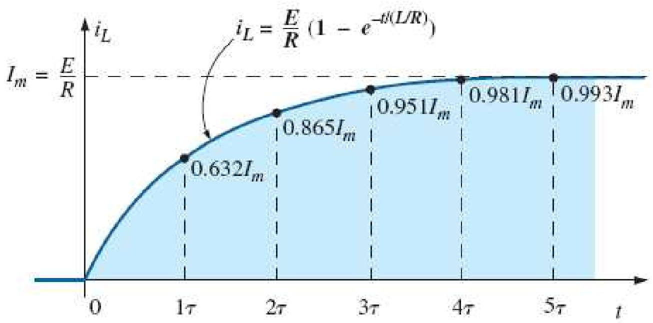
<기본적 R-L 과도회로>

- 과도상태의 코일전류 (초기전류는 0, 최종전류는 E/R)

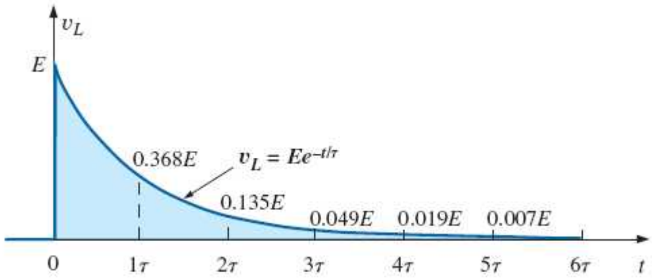
$$\boxed{i_L = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})} \qquad \text{(amperes, A)}$$

여기서, R-L 시정수(time constant)

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}} \qquad \text{(seconds, s)}$$

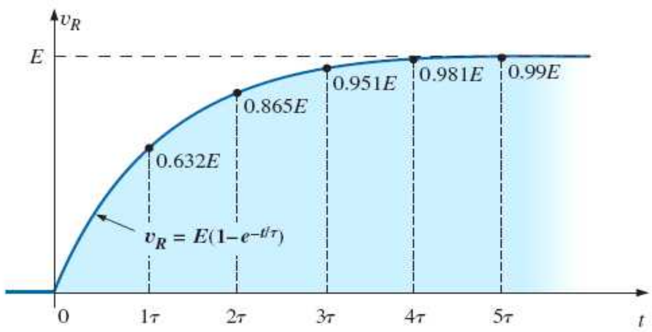


- 과도상태의 코일전압 (초기전압은 E, 최종전압은 0)



- 과도상태의 저항전압

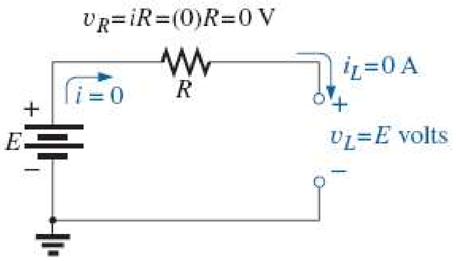
$$v_R = E - v_L = E - E e^{-t/\tau} = E(1 - e^{-t/\tau})$$



■ $R-L$회로의 초기(initial)상태

- 스위치가 받히기 시작하는 초기($t=0$)일 때의 회로는 코일이 개방상태와 같음

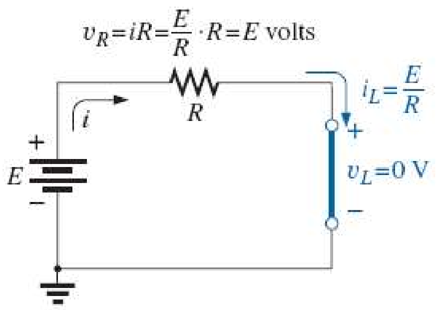
※ 코일의 전류는 순간적으로 변할 수 없음(연속이어야 함)



$v_L = E\ [V]$
$v_R = 0\ [V]$
$i_L = 0\ [A]$

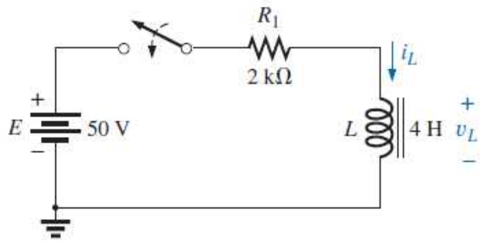
■ $R-L$회로의 정상(steady)상태 : 저장(storage)단계

- 정상상태일 때($t > 5\tau$)의 회로는 코일은 단락(short)상태와 같음



$v_L = 0\ [V]$
$v_R = E\ [V]$
$i_L = \dfrac{E}{R}\ [A]$

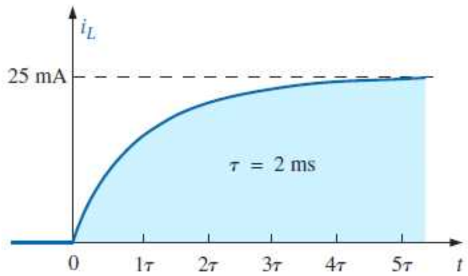
예제 11.3) $t=0$에서 스위치가 닫혔을 때, i_L과 v_L의 과도응답을 구하라.

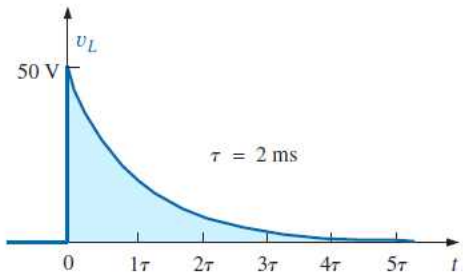


$$\tau = \frac{L}{R_1} = \frac{4H}{2k\Omega} = 2ms$$

$$i_L = \frac{E}{R_1}(1 - e^{-t/\tau}) = 25mA(1 - e^{-t/2ms})$$

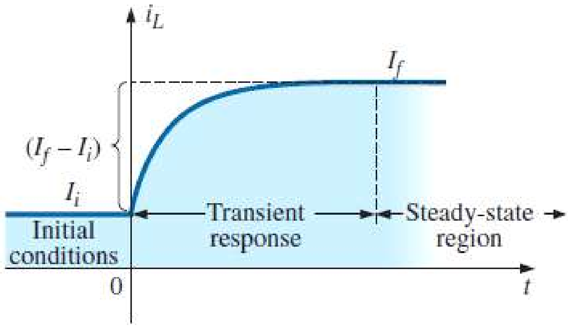
$$v_L = 50\,V e^{-t/2ms}$$





■ 초기조건(Initial conditions)

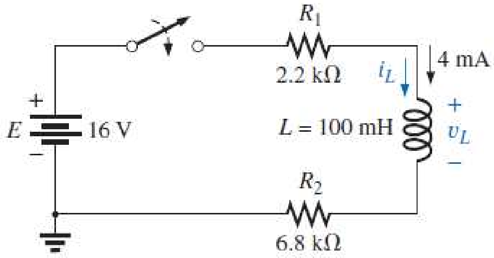
- 코일의 전류는 순간적으로 변할 수 없으므로, 스위칭이 되기 이전의 초기 전류과 연속해서 과도응답이 발생함



$$i_L = I_i + (I_f - I_j)(1-e^{-t/\tau})$$

$$\boxed{i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}}$$

예제 11.4) 초기 코일전류 $I_i(=i_L(0))$가 $4mA$에서 스위치가 닫혔을 때, i_L과 v_L의 과도응답을 구하라.



$$\tau = \frac{L}{R_1+R_2} = \frac{100mH}{2.2k\Omega+6.8k\Omega} = 11.11\mu s$$

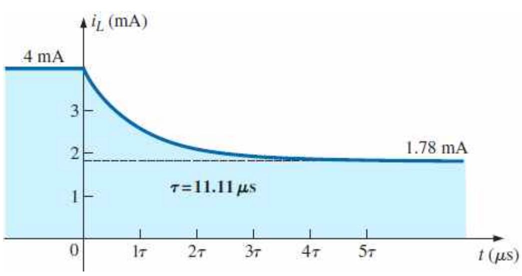
$$I_f = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{16\,V}{2.2k\Omega+6.8k\Omega} = 1.78mA$$

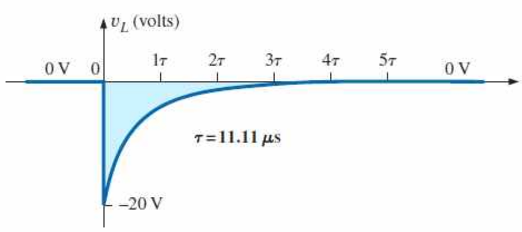
$$i_L = I_f + (I_i - I_f)\,e^{-t/\tau}$$
$$= 1.78mA + 2.22mA\,e^{-t/11.11\mu s}$$

$t=0$일 때 전류는 $4mA$이므로 초기전압은

$$V_m = E - V_{R_1} - V_{R_2} = 16\,V - (4mA)(2.2k\Omega) - (4mA)(6.8k\Omega) = -20\,V$$

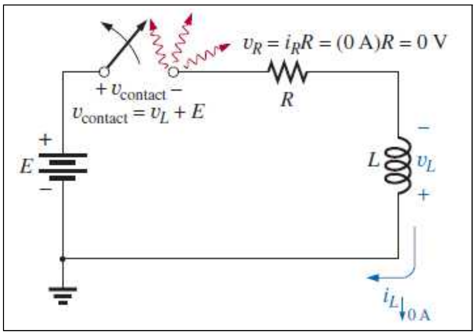
이며, 코일전류는 $v_L = -20\,V e^{-t/11.11\mu s}$임





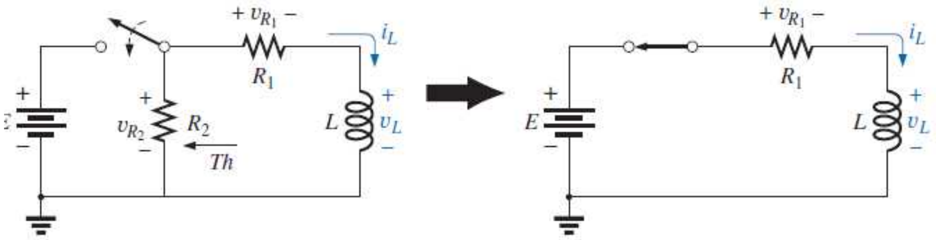
■ $R-L$ 과도응답 : 방출(release)단계

- 정상상태의 전류가 흐르고 있는 상태에서 스위치를 개방하면 스위치에 스파크(spark)가 발생함



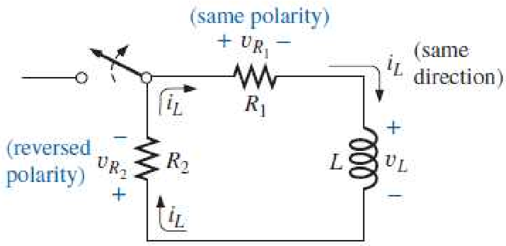
정상상태 코일전류 $i_L = E/R$이 흐르고 있는 상태에서 스위치가 개방되면, $i_L = 0A$가 되어 전류의 변화율 di/dt이 커서 $v_L = L(di/dt)$이 매우 커짐. 스위치양단전압 $v_{contact} = v_L + E$ 이므로 이 또한 매우 높은 전압이 되어 스파크가 발생함

1) 스위치가 닫히는 초기의 인덕터 저장단계



$i_L = E/R_1$

2) 저장단계가 지나 정상상태가 된 후 스위치가 개방되었을 때 (방출단계)



정상상태 코일전류 $i_L = E/R_1$은 동일방향으로 R_1과 R_2를 통해 흐름

- 스위치 개방 이후의 초기 코일전압
  - 스위칭 이전의 정상상태 전류는 $i_L = I_m = E/R_1$이므로 스위칭 이후의 초기 코일전압은 다음과 같음 (코일의 전류는 변화가 없음)

$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -i_L(R_1 + R_2)$$
$$= -I_m(R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1}(R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E} \quad \text{switch opened}$$

- 방출단계의 코일전압 (초기전압 V_i에서 0으로 지수적 감소)

$$\boxed{v_L = -V_i e^{-t/\tau'}}$$

여기서 $V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E, \quad \tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$

- 방출단계의 코일전류 (초기전류 $I_i = E/R_1$에서 0으로 지수적 감소)

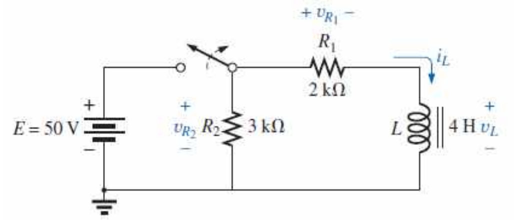
$$\boxed{i_L = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau'}} \quad \text{여기서} \quad \tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

- 방출단계의 저항 R_1과 R_2의 전압

$$v_{R_1} = i_{R_1}R_1 = i_L R_1 = \frac{E}{R_1}R_1 e^{-t/\tau'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_{R_1} = Ee^{-t/\tau'}}$$

$$v_{R_2} = i_{R_2}R_2 = i_L R_2 = \frac{E}{R_1}R_2 e^{-t/\tau'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1}Ee^{-t/\tau'}}$$

예제 11.5) 다음 회로에서 저장단계와 방출단계의 전압과 전류를 구하라.



<저장단계>

$$(\tau = L/R_1 = 4H/2k\Omega = 2ms)$$

$$v_L = 50\,Ve^{-t/2ms}$$

$$i_L = 25mA(1 - e^{-t/2ms})$$

$$v_{R_1} = E(1 - e^{-t/\tau}) = 50\,V(1 - e^{-t/2ms})$$

$$v_{R_2} = E = 50\,V$$

<방출단계>

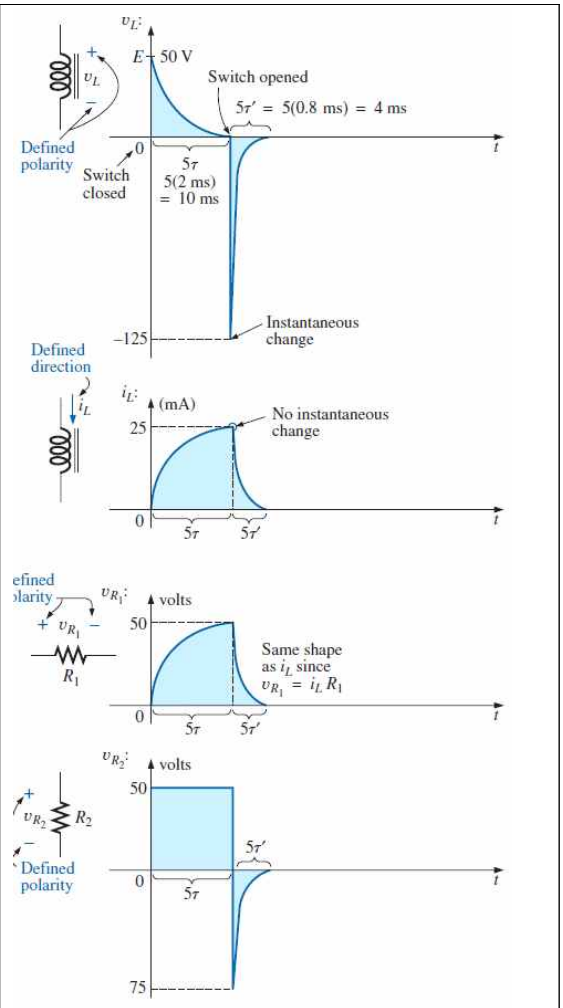
$$(\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{4H}{2k\Omega + 3k\Omega} = 0.8ms)$$

$$\begin{aligned} v_L &= -V_i e^{-t/0.8ms} \\ &= -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)Ee^{-t/0.8ms} \\ &= -125\,Ve^{-t/0.8ms} \end{aligned}$$

$$i_L = \frac{E}{R_1}e^{-t/2ms} = 25mA\,e^{-t/2ms}$$

$$v_{R_1} = E\,e^{-t/\tau} = 50\,Ve^{-t/0.8ms}$$

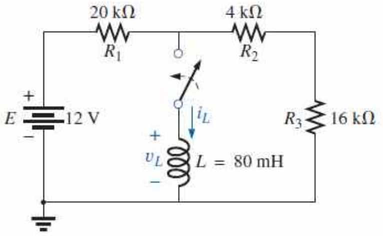
$$v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1}Ee^{-t/\tau} = -75\,Ve^{-t/0.8ms}$$



■ 테브닌등가: $\tau = L/R_{Th}$

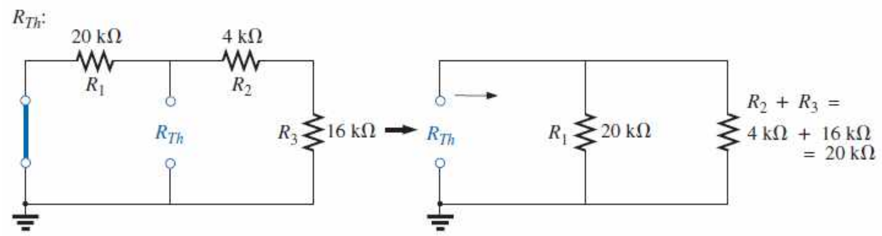
▪ R-L회로에서 코일 L에 대한 시정수의 저항은 테브닌저항 R_{Th}임

예제 11.6) 코일 L에 대한 테브닌등가회로를 구한 후 과도응답을 구하라.

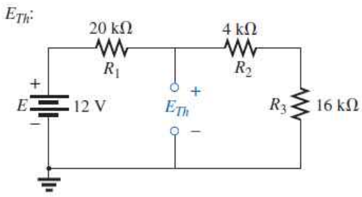


(초기전류는 $I_i = 0mA$임)

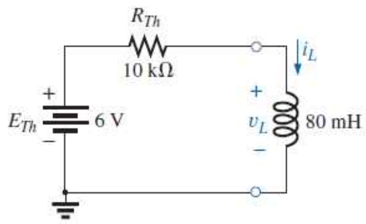
- 코일 L의 테브닌등가저항 R_{Th} : 전압원 단락(전류원은 개방)한 후 L에서 본 저항임 ($R_{Th} = 10k\Omega$)



- 코일 L의 테브닌등가전압 R_{Th} : 개방한 L 양단의 전압 ($R_{Th} = 10k\Omega$)



$$E_{Th} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(20k\Omega)(12\,V)}{40k\Omega} = 6\,V$$



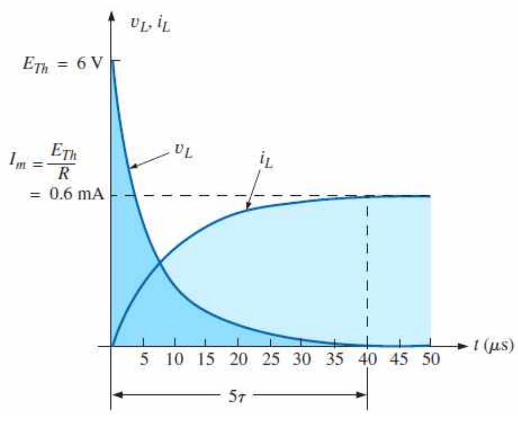
<테브닌 등가회로>

$$i_L = \frac{E_{Th}}{R}(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{80 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}}{10 \times 10^{3}\ \Omega} = 8 \times 10^{-6}\ \mathrm{s} = 8\ \mu\mathrm{s}$$

$$I_m = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{6\ \mathrm{V}}{10 \times 10^{3}\ \Omega} = 0.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{A} = 0.6\ \mathrm{mA}$$

and $\quad i_L = \mathbf{0.6\ mA\ (1 - e^{-t/8\mu s})}$



<인덕터 전류와 전압의 결과파형>

■ 순간값 (Instantaneous value)

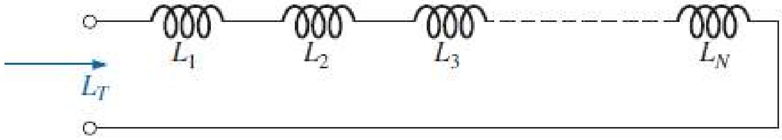
- 인덕터전류식 $i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$ 으로부터 초기전류 I_i 에서 i_L 까지 소요되는 시간:

$$\boxed{t = \tau \log_e \frac{(I_i - I_f)}{(i_L - I_f)}} \qquad \text{(seconds, s)}$$

■ 직렬과 병렬의 인덕터

- 직렬연결된 코일들의 전체 인덕턴스는 각 인덕턴스의 합과 같음

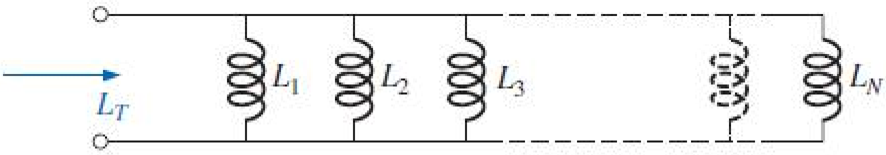
$$\boxed{L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \ \dots\ + L_N}$$



- 병렬연결된 코일들의 전체 인덕턴스

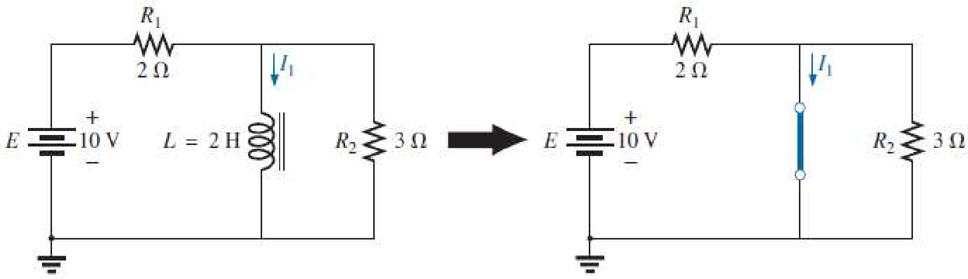
$$\boxed{\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N}}$$

2개의 코일이 병렬일 때 : $\boxed{L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$



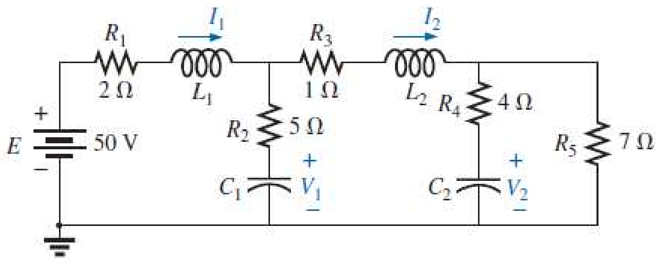
■ 정상상태 조건

- 인덕터는 정상상태일 때 회로에서 단락(short)상태와 같음
- 커패시터는 정상상태일 때 회로에서 개방(open)상태와 같음

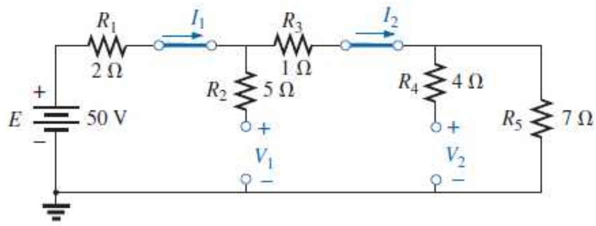


→ 정상상태일 때 코일전류 I_1은 단락되었을 때의 전류 $10V/2\Omega = 5A$임

예제 11.11) 정상상태에서의 코일전류와 커패시터전압을 구하라.



- 정상상태에서는 코일은 단락되고 커패시터는 개방된 것과 같음



$$I_1 = I_2 = \frac{50\,V}{2\Omega + 1\Omega + 7\Omega} = 5A$$

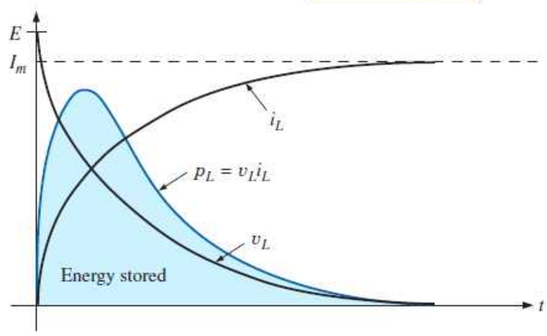
$$V_2 = (5A)(7\Omega) = 35\,V$$

$$V_1 = \frac{(1\Omega + 7\Omega)(50\,V)}{2\Omega + 1\Omega + 7\Omega} = 40\,V$$

■ 인덕터에 저장된 에너지(stored energy)

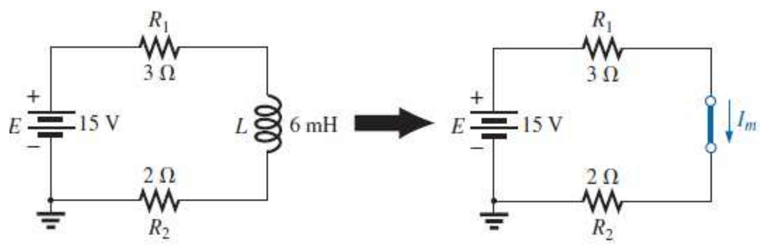
- 인덕터의 전력은 $p_L = v_L i_L$이며, 저장된 에너지는 전력을 적분한 것임.
  그림에서 음영을 가진 영역의 면적이 저장된 에너지임

$$\boxed{W_{stored} = \frac{1}{2} L I_m^2} \quad \text{(joules, J)}$$



<인덕터 과도상태의 전력곡선>

예제 11.12) 인덕터에 저장된 에너지를 구하라.



$$I_m = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{5\,V}{3\Omega + 2\Omega} = 3A$$

$$W_{stored} = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2}(6 \times 10^{-3} H)(3A)^2 = 27mJ$$