

제 1 장 역학의 기본개념

1.1 서론

- * 모델링이란 무엇이며 어떻게 이루어지는가?
 - * 역학의 해석과정
 - * 기본물리량은 무엇인가?
 - * 힘과 모멘트의 개념과 단위
 - * 일과 에너지의 개념과 단위
 - * 질점, 강체, 변형체, 고체, 유체의 개념적 정의는 무엇인가?
 - * 평형의 개념은 무엇이며 평형조건의 수학적 표현과 그 물리적 의미는 무엇인가?
-

1.2 역학의 해석과정(자연현상의 해석과정)

(1) 모델링

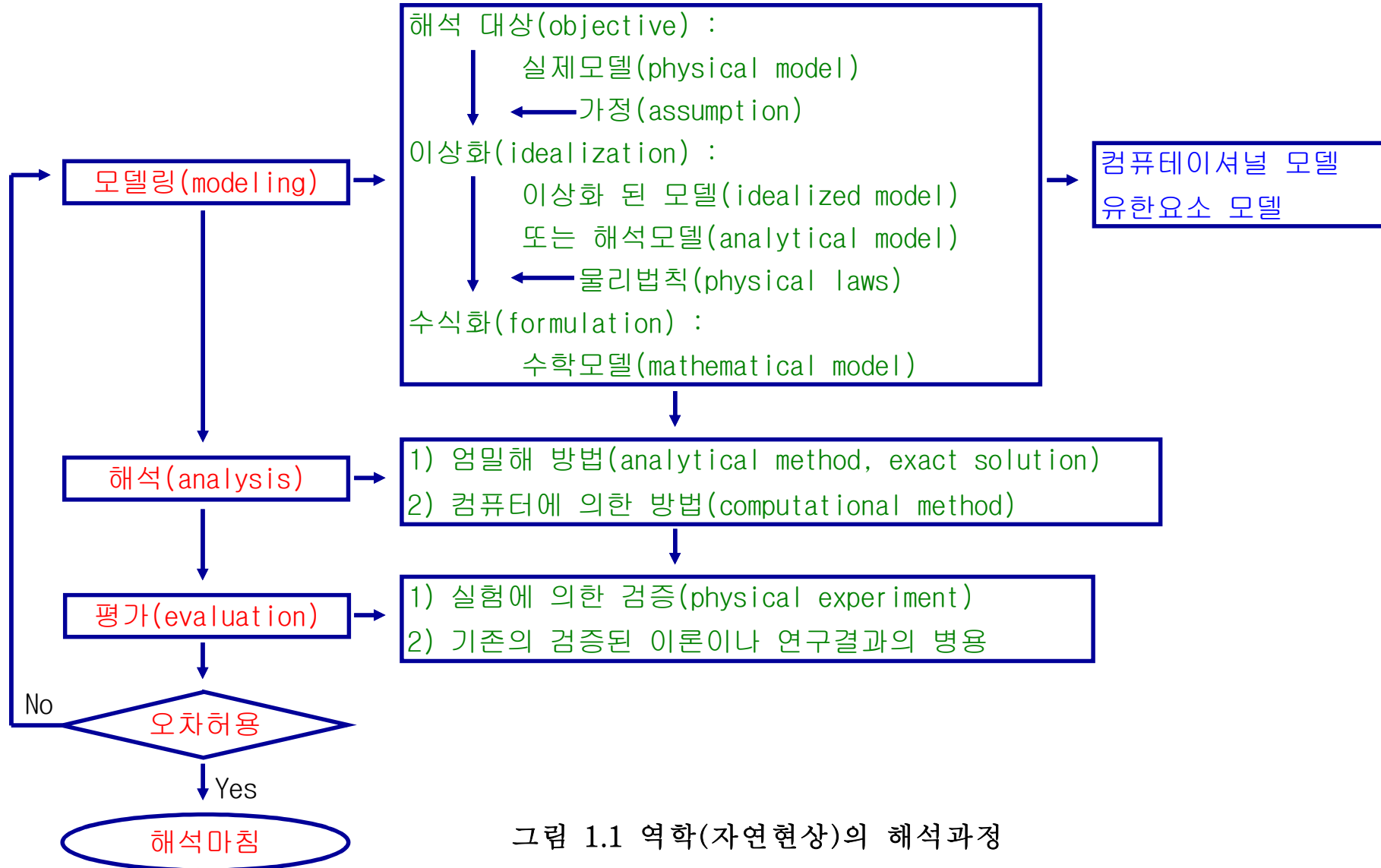


그림 1.1 역학(자연현상)의 해석과정

1.3 단위계

표 1.1 역학에 사용되는 SI 단위

	물리량	단위 이름	기호	기본 및 유도단위로 표현	차원
기본단위	길이	미터	m		L
	질량	킬로그램	kg		M
	시간	초	s		T
유도단위	속도			m/s	LT-1
	가속도			m/s ²	LT-2
	힘	뉴턴(newton)	N	kg·m/s ²	MLT-2
	모멘트, 토크	뉴턴-미터	N·m	N·m	ML ² T-2
	일, 에너지, 열량	줄(joule)	J	N·m	ML ² T-2
	동력	와트(watt)	W	J/s	ML ² T-3
	압력, 응력	파스칼(pascal)	Pa	N/m ²	ML-1T-2
	주파수	헤르츠(hertz)	Hz	1/s	T-1
보조단위	평면각	라디안(radian)	rad		무차원

표 1.2 기타 단위계의 단위

		길이	질 량	시간	힘	비 고
공학단위계	미터단위	미터 (m)	킬로그램 (kg)	초 (s)	킬로그램중 (kgf)	한국, 일본에서 많이 사용 $1\text{kgf} = 1\text{kg}\cdot 9.8\text{m/s}^2 = 9.8\text{N}$
	미국단위	피트 (ft)	파운드 (lb)	초 (s)	파운드중 (lbf)	미국에서 많이 사용 $1\text{lbf} = 0.4536\text{kg}\cdot 9.8\text{m/s}^2 = 4.448\text{N}$

표 1.3 SI 단위에서 접두어와 승수

승수	접두어	기호
10 ¹²	tera	T
10 ⁹	giga	G
10 ⁶	mega	M
10 ³	kilo	k
10 ²	hecto	h
10	deka	da
10 ⁻¹	deci	d
10 ⁻²	centi	c
10 ⁻³	milli	m
10 ⁻⁶	micro	μ
10 ⁻⁹	nano	n
10 ⁻¹²	pico	p
10 ⁻¹⁵	femto	f
10 ⁻¹⁸	atto	a

1.4 벡터와 스칼라

(1) 벡터의 종류

1) 단위벡터

표시 : \mathbf{e} , \mathbf{e} , \mathbf{e} , \mathbf{u} , \mathbf{u} , \mathbf{u}

직교좌표계에서 단위벡터 \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k}

단위벡터를 이용한 벡터의 표현은

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= F\mathbf{u} \\ &= F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

2) 위치벡터

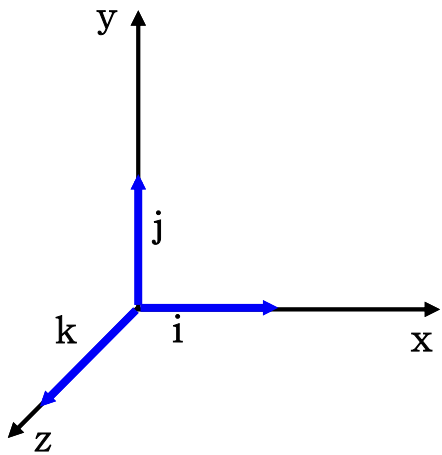
표시 : \mathbf{R} , 또는 \mathbf{r} 또는 기타

직교좌표계에서 시작점 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 의 위치벡터 $\mathbf{P}_1 = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$

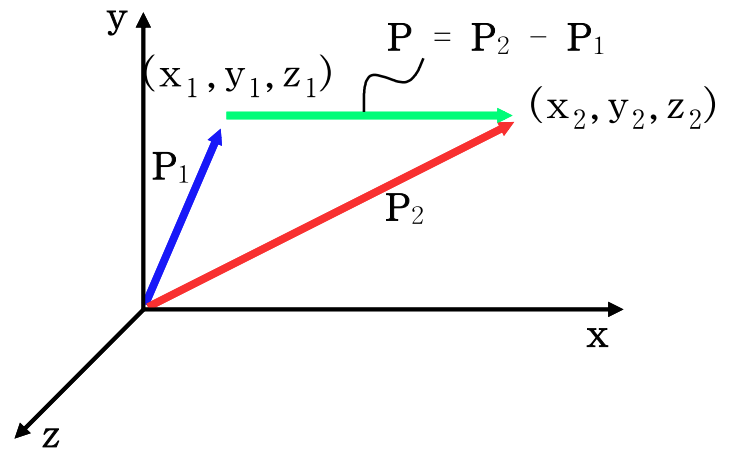
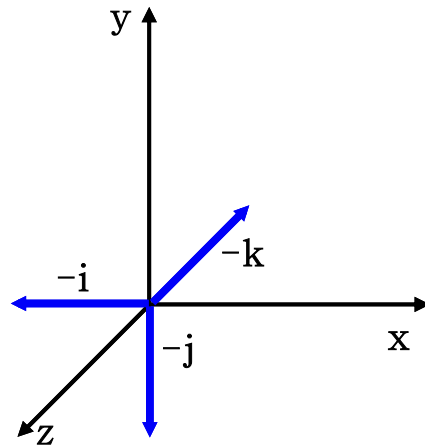
끝점 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 의 위치벡터 $\mathbf{P}_2 = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}$

시작점과 끝점을 잇는 위치벡터

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k}$$



(a) 단위벡터



(b) 위치벡터

그림 1.2 벡터의 종류

(2) 벡터의 표현

도식적 표현방법

$$F_x = F \cos \theta_x$$

$$F_y = F \cos \theta_y \tag{1.1}$$

$$F_z = F \cos \theta_z$$

벡터 F 의 크기

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \tag{1.2}$$

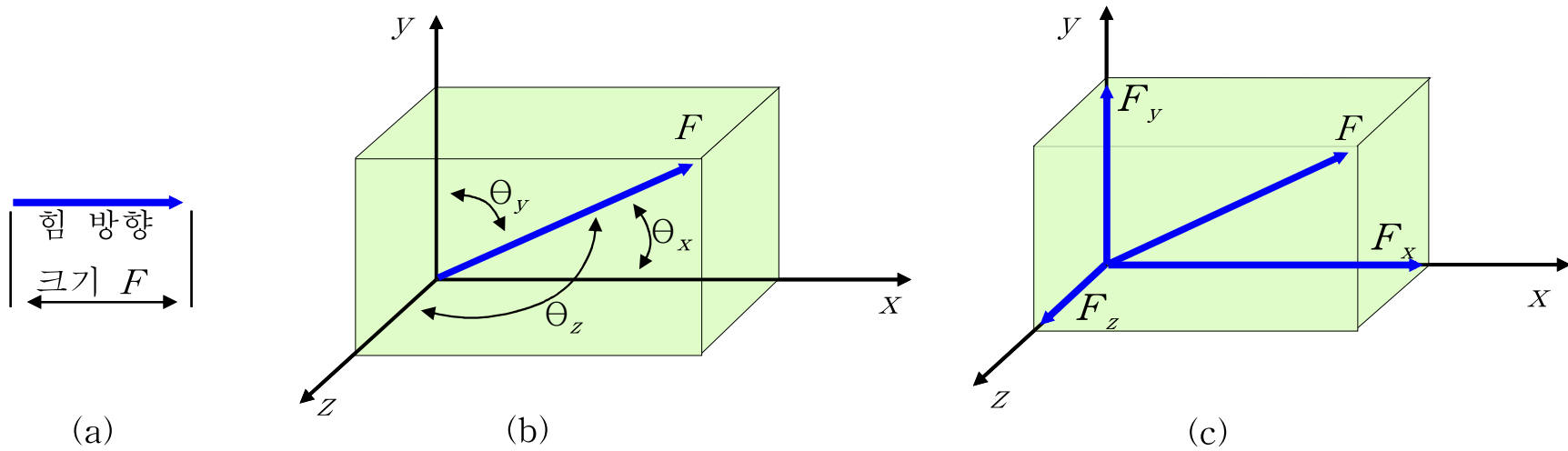


그림 1.2 벡터의 도식적 표현

해석적 표현방법

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \\ &= (F \cos \theta_x) \mathbf{i} + (F \cos \theta_y) \mathbf{j} + (F \cos \theta_z) \mathbf{k}\end{aligned}\tag{1.3}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \\ &= (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k}\end{aligned}\tag{1.4}$$

$$\text{벡터 } \mathbf{F} \text{의 크기 } |\mathbf{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}\tag{1.5}$$

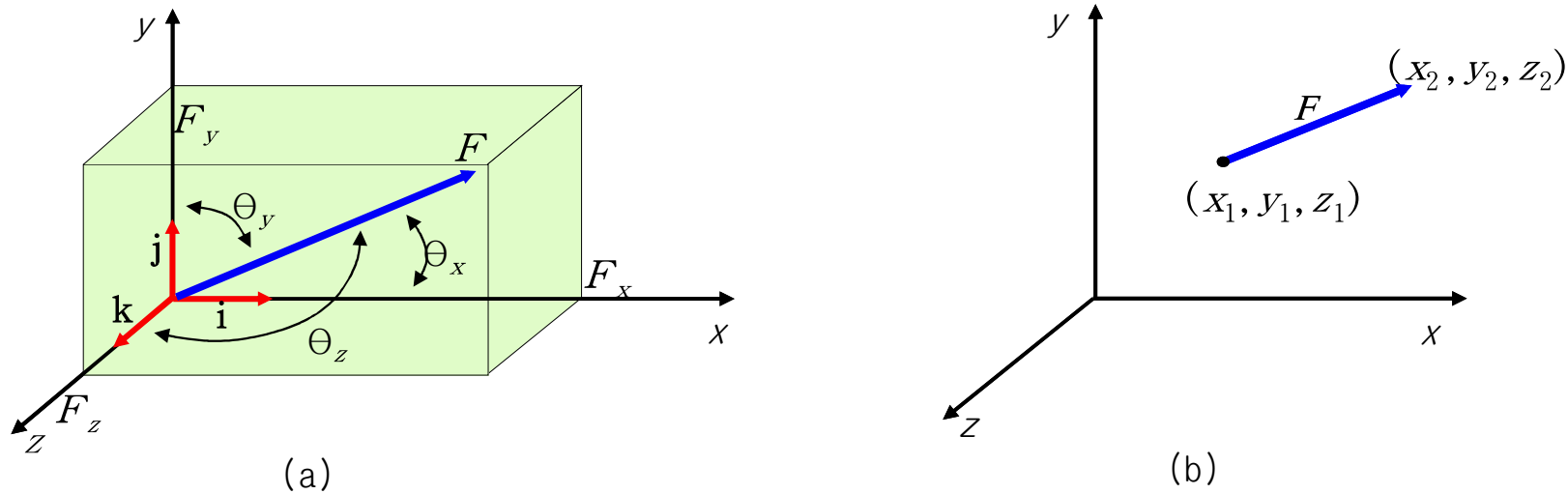


그림 1.7 벡터의 해석적 표현

(3) 벡터의 계산

1) 도식적 해법(덧셈, 뺄셈)

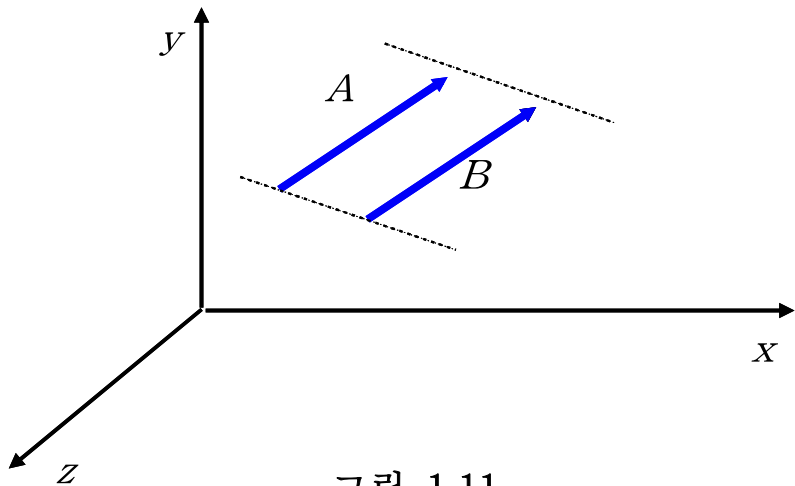


그림 1.11

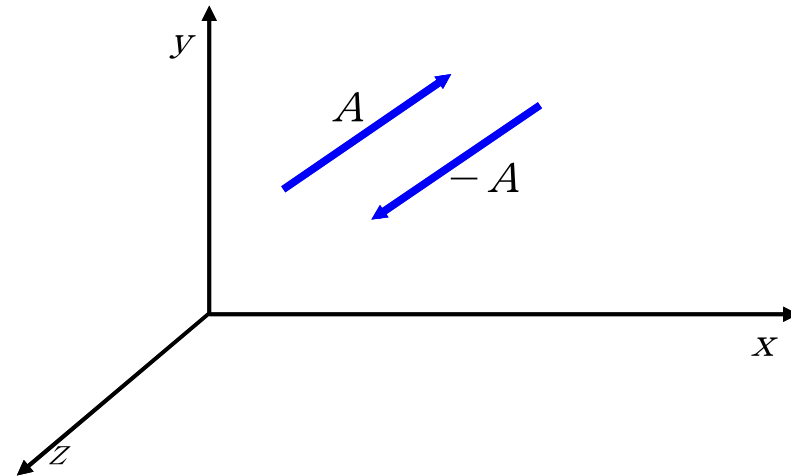


그림 1.12

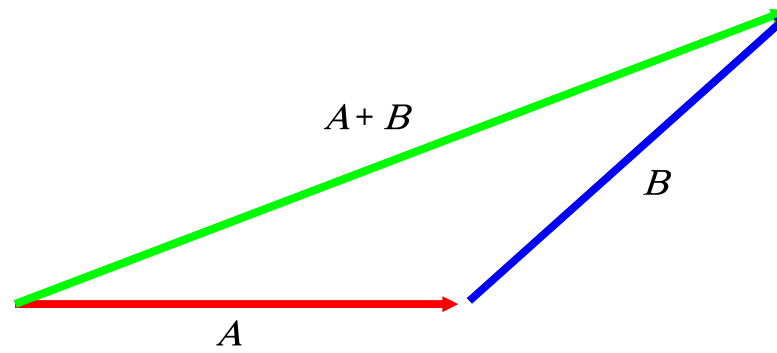
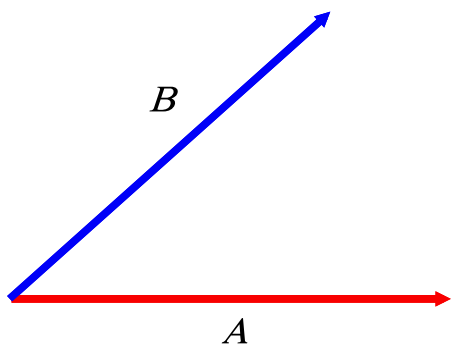


그림 1.13



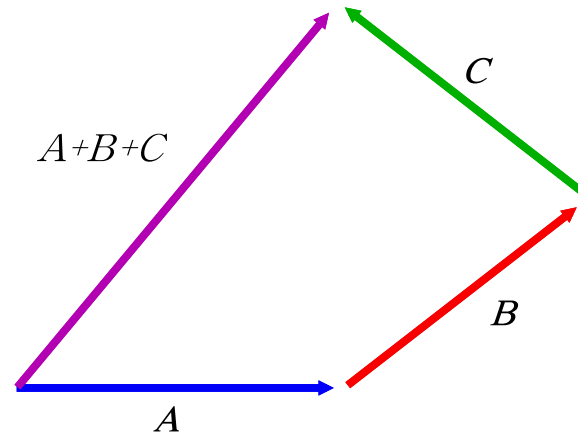
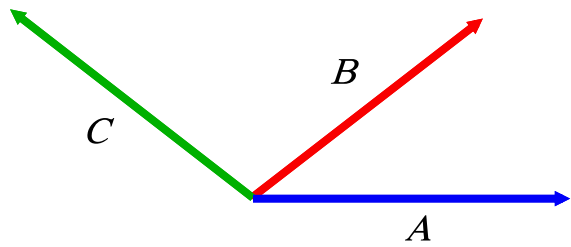


그림 1.14

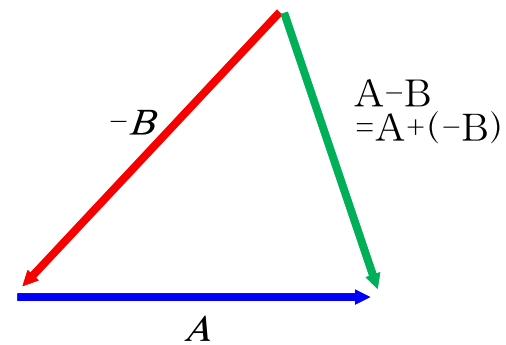
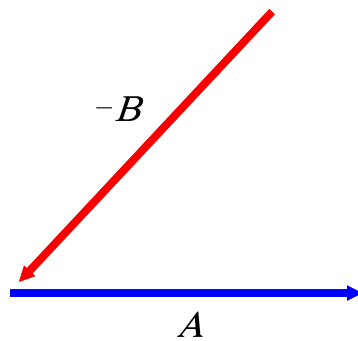
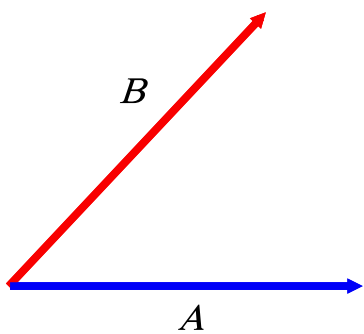


그림 1.15



2) 해석적 해법(덧셈, 뺄셈, 곱셈)

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k} \tag{1.6}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x) \mathbf{i} + (A_y + B_y) \mathbf{j} + (A_z + B_z) \mathbf{k} \tag{1.7}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x) \mathbf{i} + (A_y - B_y) \mathbf{j} + (A_z - B_z) \mathbf{k}$$

3) 스칼라곱

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \tag{1.8}$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1 \quad (\theta = 0^\circ, \cos \theta = 1) \tag{1.9}$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0 \quad (\theta = 90^\circ, \cos \theta = 0)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \cdot (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \end{aligned} \tag{1.10}$$



4) 벡터곱

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = AB \sin \theta \mathbf{u} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0 \quad (\theta = 0^\circ, \sin \theta = 0)$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}, \quad \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j} \quad (\theta = 90^\circ, \sin \theta = 1)$$

(1.12)

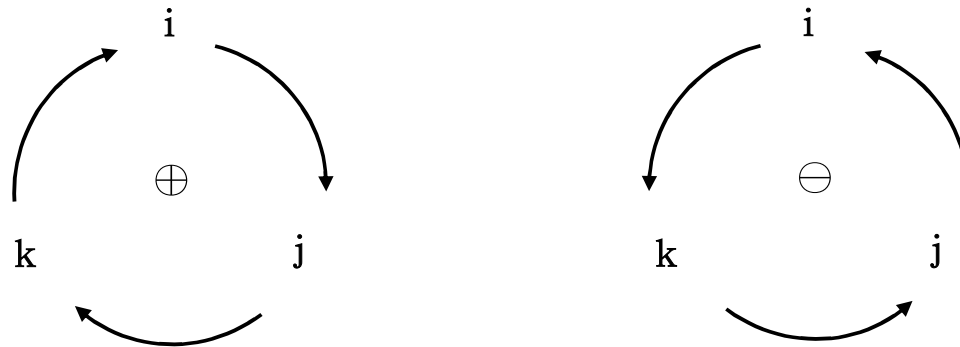


그림 1.19 직교좌표계 단위벡터의 벡터곱

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \times (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}\end{aligned}\tag{1.13}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}\tag{1.14}$$

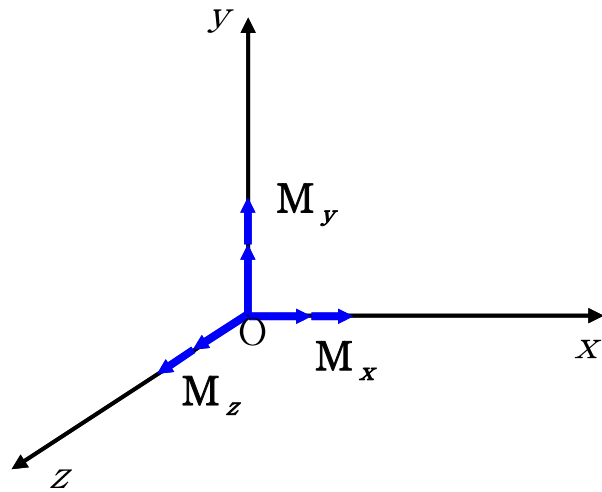


1.5 힘과 모멘트

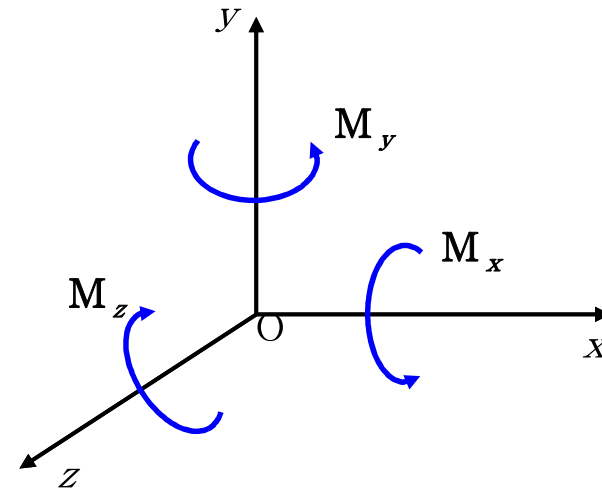
1.5.1 힘

1.5.2 모멘트

(1) 모멘트의 표시



(a)



(b)

M_x : x 축을 중심축으로 회전하는 모멘트

M_y : y 축을 중심축으로 회전하는 모멘트

M_z : z 축을 중심축으로 회전하는 모멘트

M_o : 점 O 를 중심으로 하는 회전모멘트

그림 1.20 모멘트의 표시

(2) 모멘트의 계산

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_o &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ &= (r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} + r_z \mathbf{k}) \times (F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}) \\ &= (r_y F_z - r_z F_y) \mathbf{i} + (r_z F_x - r_x F_z) \mathbf{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \mathbf{k} \\ &= M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k} \end{aligned} \tag{1.15}$$

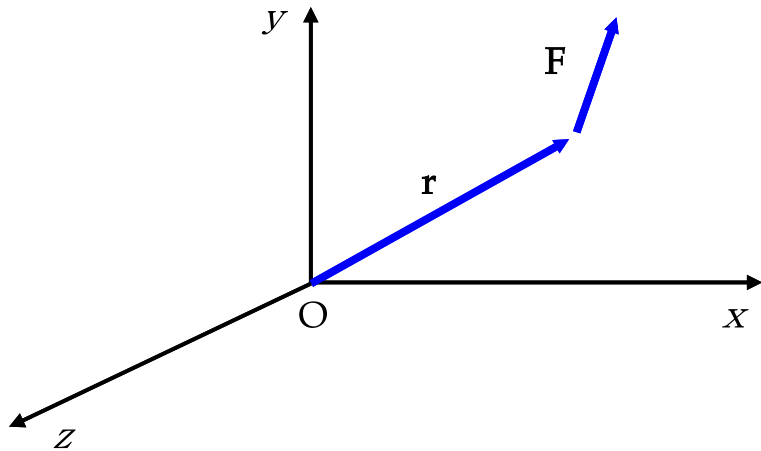


그림 1.21 3차원 공간에서 모멘트 계산

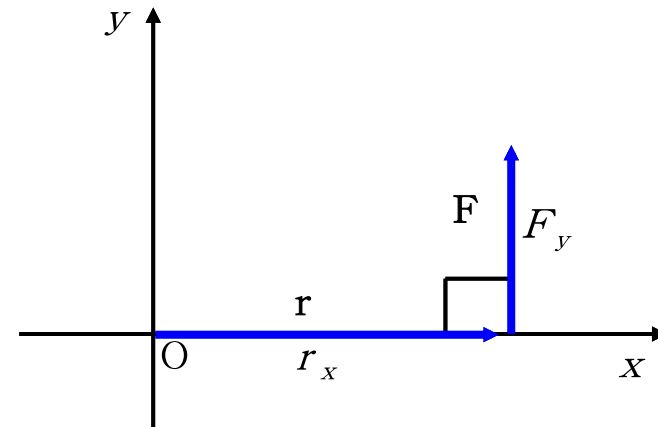


그림 1.22 xy 평면상에서의 모멘트 계산

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_o &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ &= r_x \mathbf{i} \times F_y \mathbf{j} \\ &= r_x F_y \sin \theta \mathbf{k} \quad (1.16) \\ &= r_x F_y \sin 90^\circ \mathbf{k} \\ &= r_x F_y \mathbf{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_o &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ &= r \cdot F \sin \theta \mathbf{k} \\ &= r \sin \theta \cdot F \mathbf{k} \quad (1.17) \\ &= r_A \cdot F \mathbf{k}\end{aligned}$$

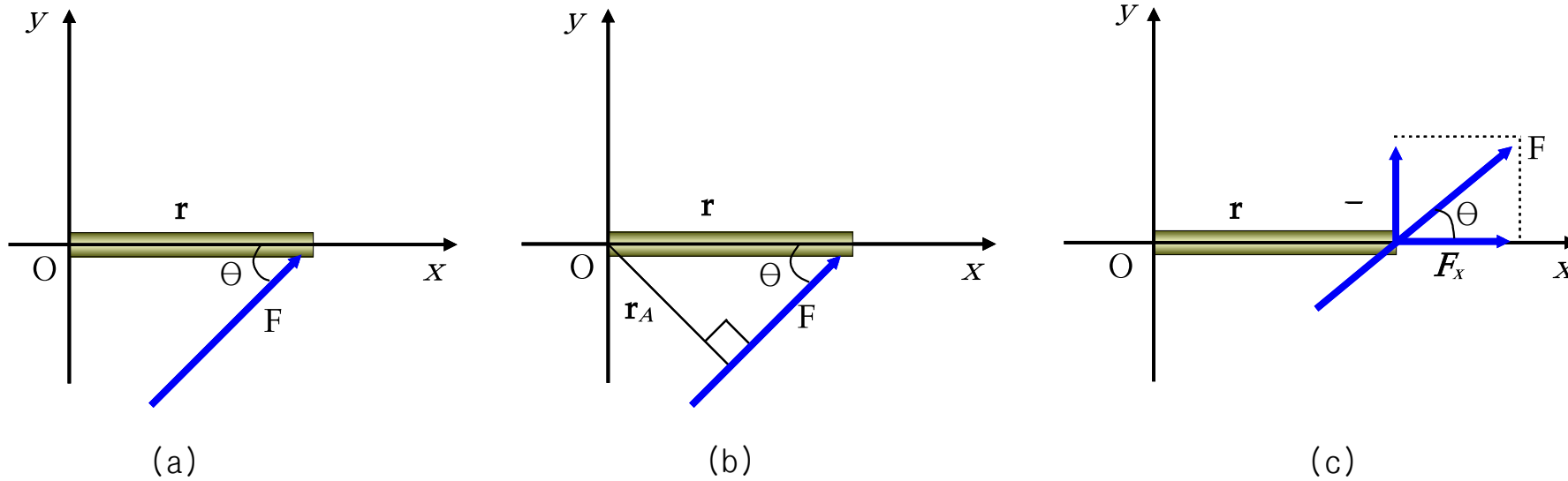


그림 1.23

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_o &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\
 &= r \mathbf{i} \times (F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}) = r \cdot F_y \mathbf{k}
 \end{aligned}
 \tag{1.18}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_o &= r_A \cdot F \mathbf{k} \\
 &= r \cdot F_y \mathbf{k} \\
 &= r \cdot F \sin \theta \mathbf{k}
 \end{aligned}$$

1.6 일과 에너지

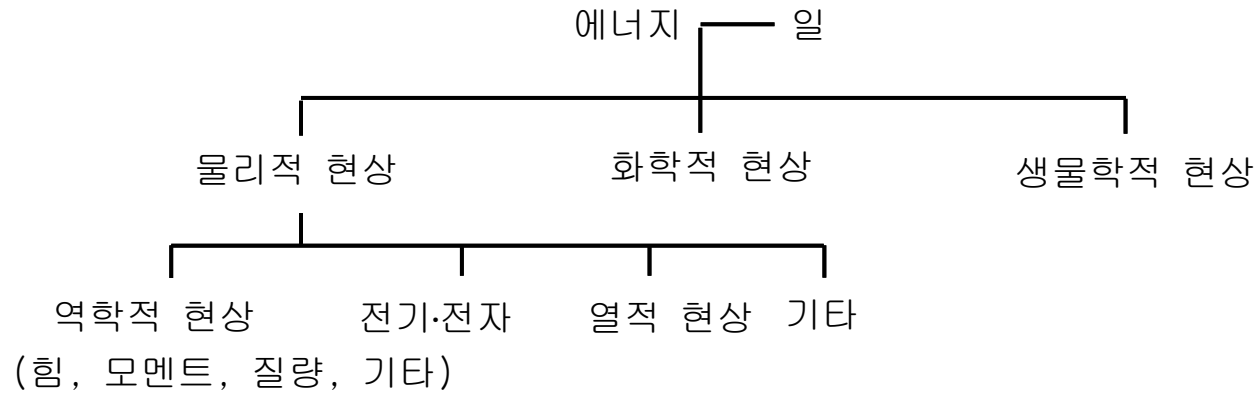


그림 1.25 자연현상의 계층구조

1.6.1 일

(1) 일의 개념

(2) 일의 계산

$$\begin{aligned} W &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} \\ &= Fr \cos \theta \end{aligned} \quad (1.19a)$$

$$\begin{aligned} W &= \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\theta} \\ &= M\theta \cos 0^\circ \quad (1.19b) \\ &= M\theta \end{aligned}$$

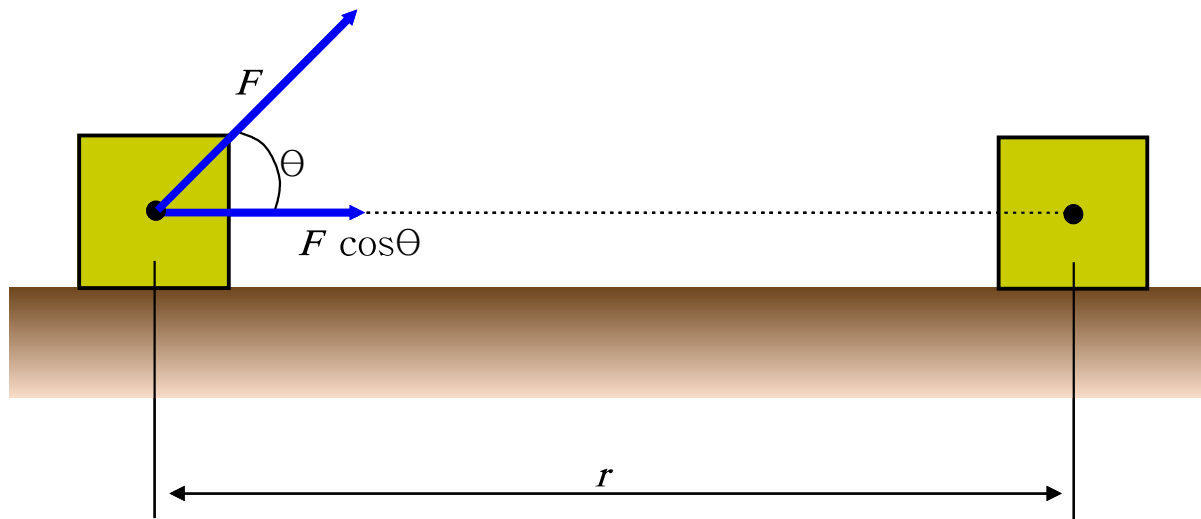


그림 1.26 일의 벡터 계산

(3) 일률

단위시간 당 할 수 있는 일로서, 시스템의 능력을 평가하는 기준

$$\text{일률} = \frac{\text{일}}{\text{시간단위}}$$

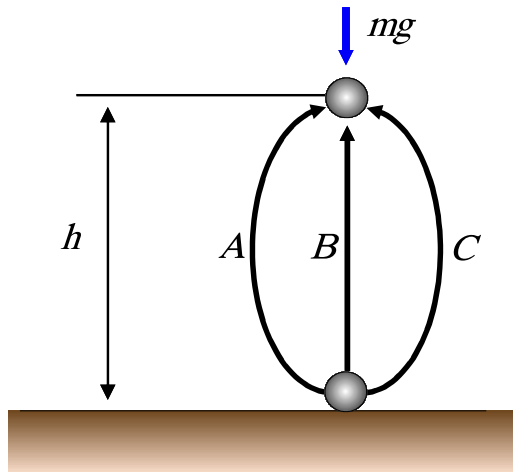
단위: W(Watt) = J/s



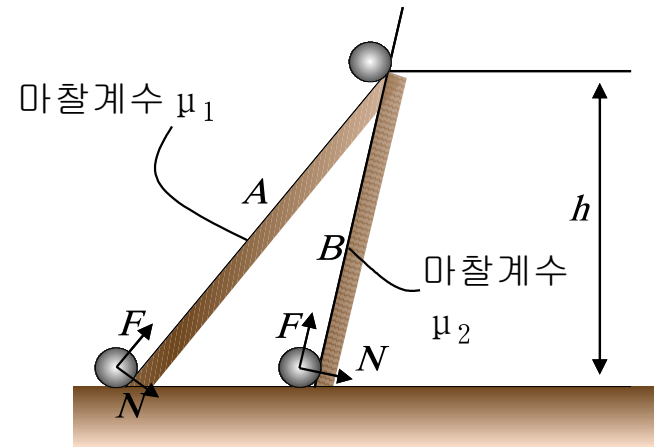
1.6.2 에너지

(1) 퍼텐셜에너지

① 중력퍼텐셜에너지(위치에너지)



(a) 보존력



(b) 비보존력

그림 1.27

$$(PE)_F = (mg)(h)$$

(1.20)

(참고) 비보존력의 예 : 마찰력, 공기저항력 등

② 탄성퍼텐셜에너지(탄성에너지)

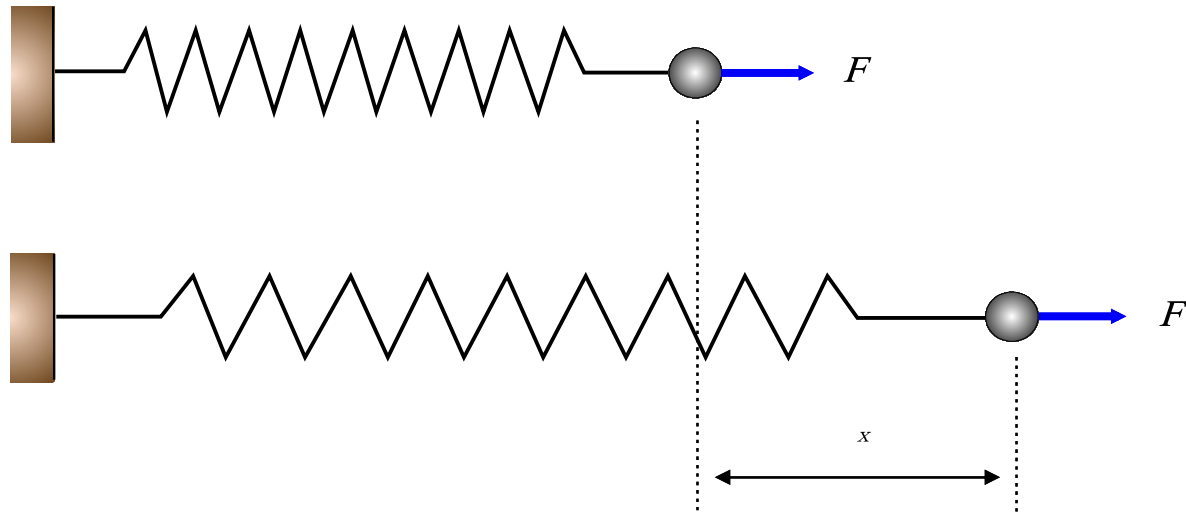


그림 1.28 스프링 1개의 탄성에너지

$$\begin{aligned} (\text{PE})_E &= \int_0^x (F) dx \\ &= \int_0^x (kx) dx \\ &= \frac{1}{2} kx^2 \end{aligned} \tag{1.21}$$

(2) 운동에너지

$$KE = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1.22)$$

(3) 에너지 보존과 역학적 에너지 보존

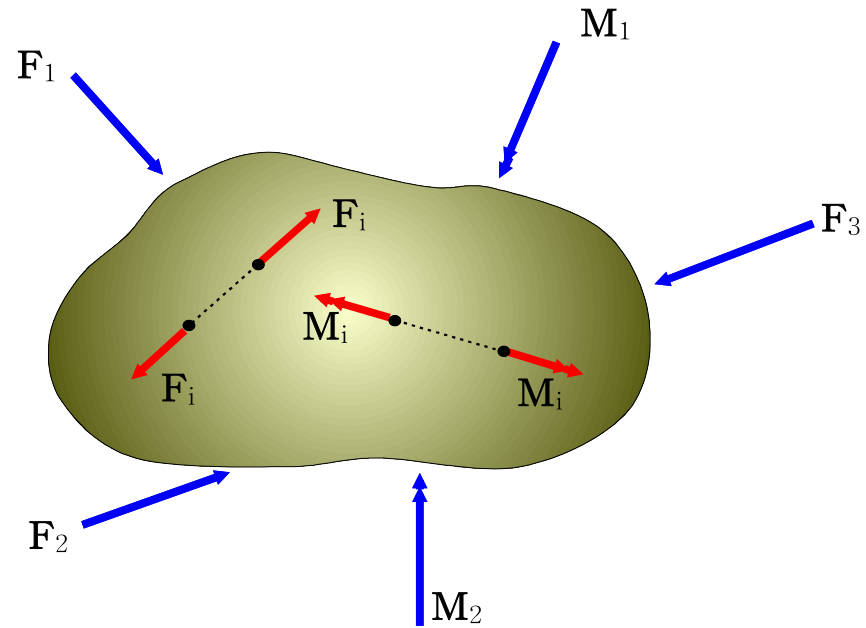
1) 에너지 보존

에너지는 새롭게 생성되거나 완전히 소멸되는 것이 아니며,
한 상태에서 다른 상태로 변환될 뿐이며, 총에너지의 양은 변하지 않는다.

2) 역학적에너지 보존

퍼텐셜에너지(PE)와 운동에너지(KE)를 역학적에너지라 하며,
보존력이 작용하는 계에는 PE와 KE의 합은 항상 일정하게 유지된다.
이 역학적에너지의 보존은 보존계에서만 적용된다.

1.7 평형과 평형조건



F_1, F_2, F_3, M_1, M_2 : 외력(external forces & moments)

F_i, M_i : 내력(internal forces & moments)

그림 1.29 외력과 내력

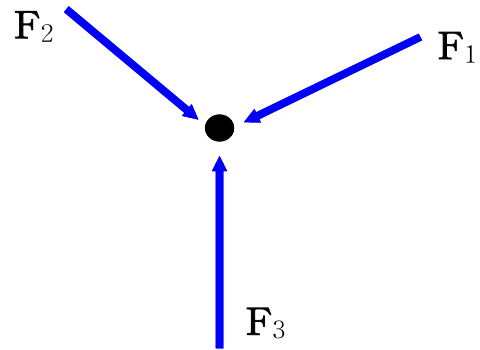


그림 1.30

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = \mathbf{0} \quad (1.23)$$

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = \mathbf{F} \neq \mathbf{0} \quad (1.24)$$

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{F} + (-m\mathbf{a}) = \mathbf{0} \quad (1.26)$$

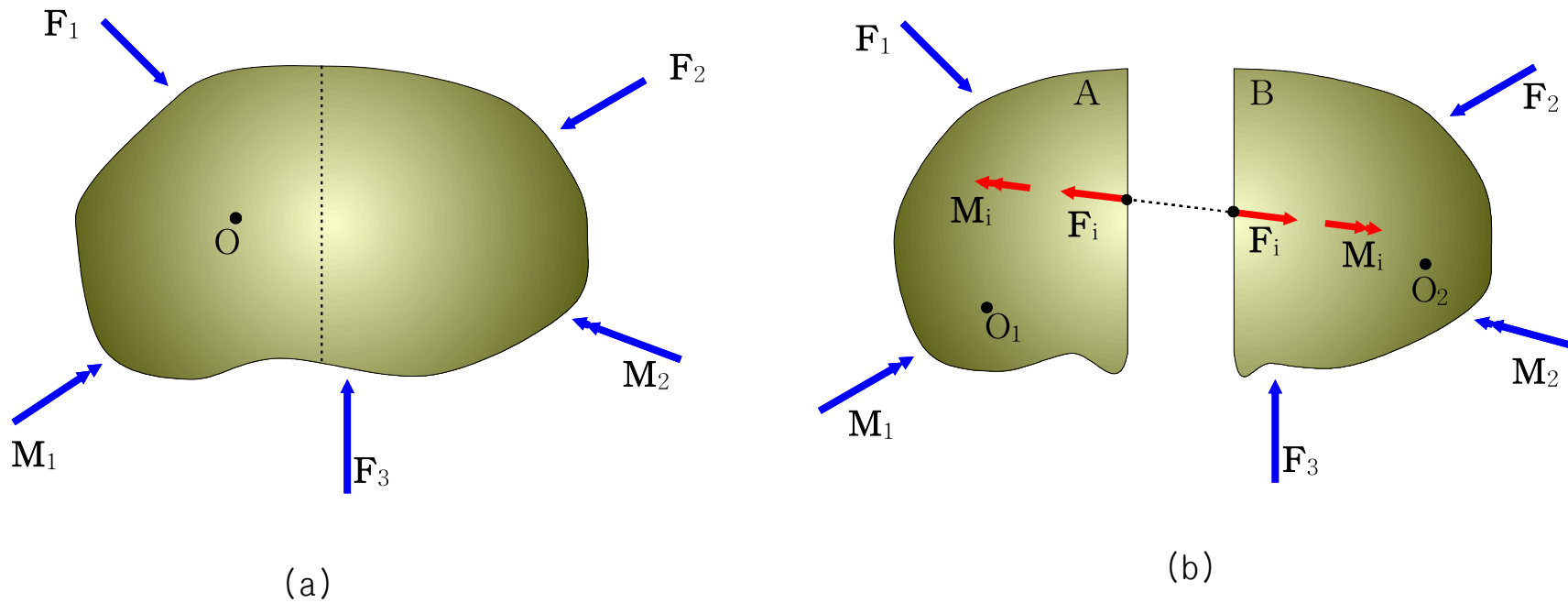


그림 1.31

$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

(1.27)

$$\Sigma \mathbf{M} = 0$$

(1.28)

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$$

(1.29)

$$\Sigma \mathbf{M}_o = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 = 0$$

부분계 A :

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_i = 0$$

$$\Sigma \mathbf{M}_{o_1} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_i + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$$

(1.30)

부분계 B :

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_i = 0$$

$$\Sigma \mathbf{M}_{o_2} = \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_i + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$$

(1.31)



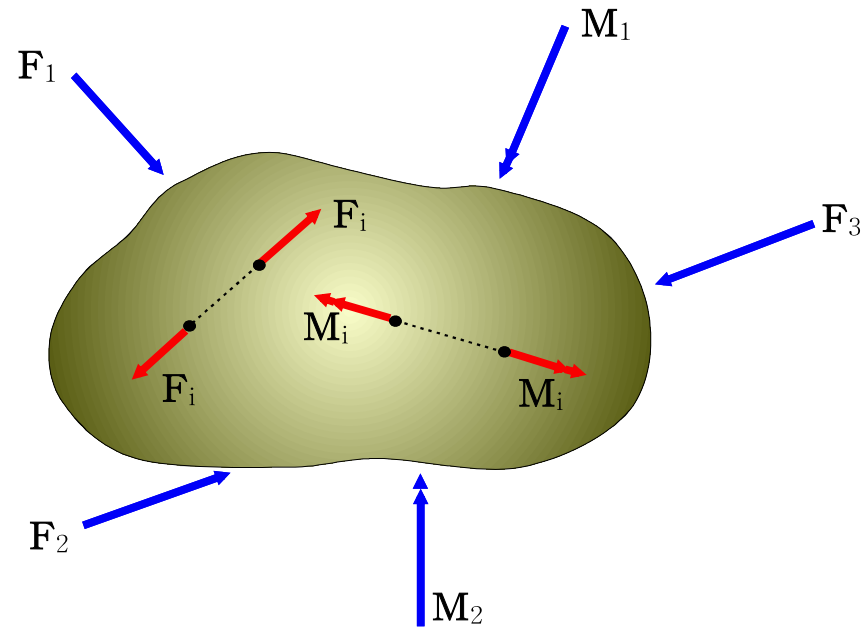
1.8 평형조건의 응용

1.8.1 일반화된 평형방정식과 지점모델링

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0, & \Sigma M_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0, & \Sigma M_y &= 0 \\ \Sigma F_z &= 0, & \Sigma M_z &= 0\end{aligned}\tag{1.32}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \\ \Sigma M_z &= 0\end{aligned}\tag{1.33}$$



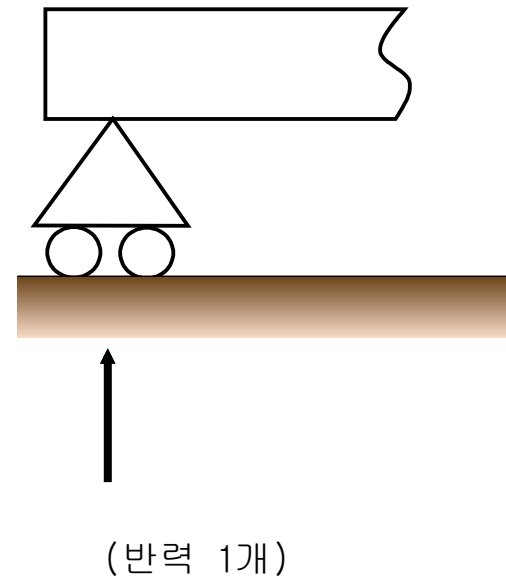
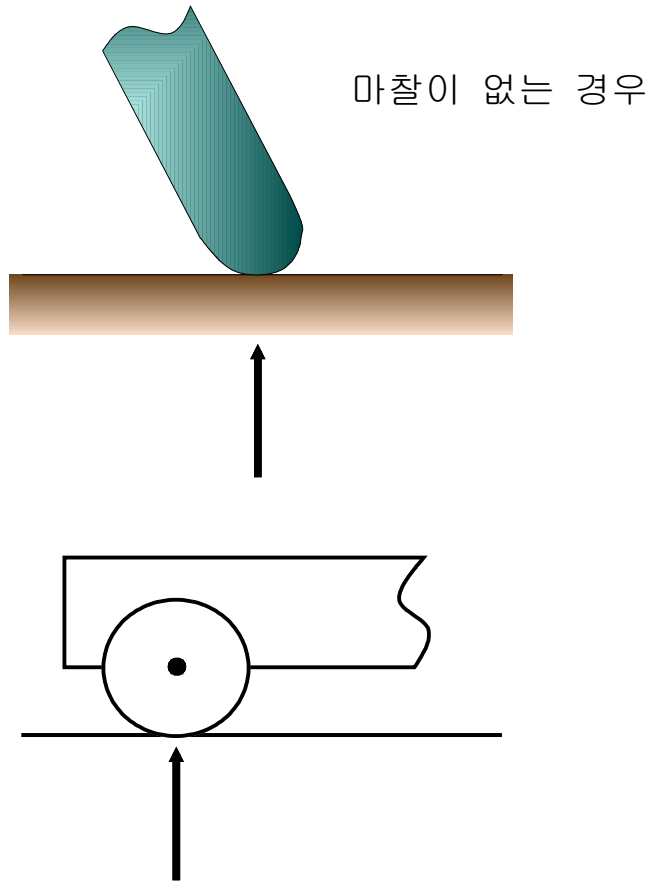


F_1, F_2, F_3, M_1, M_2 : 외력(external forces & moments)
 F_i, M_i : 내력(internal forces & moments)

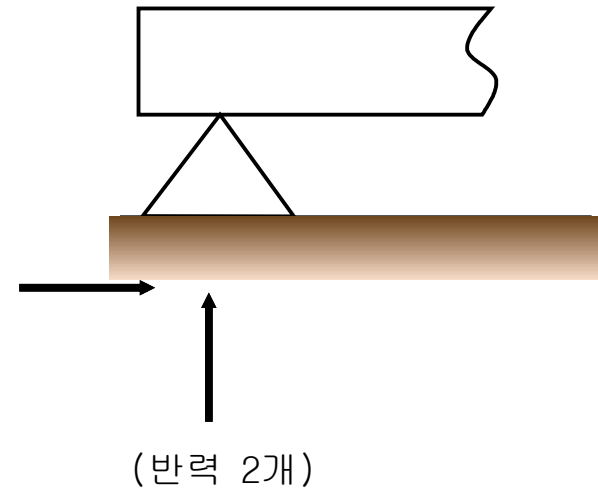
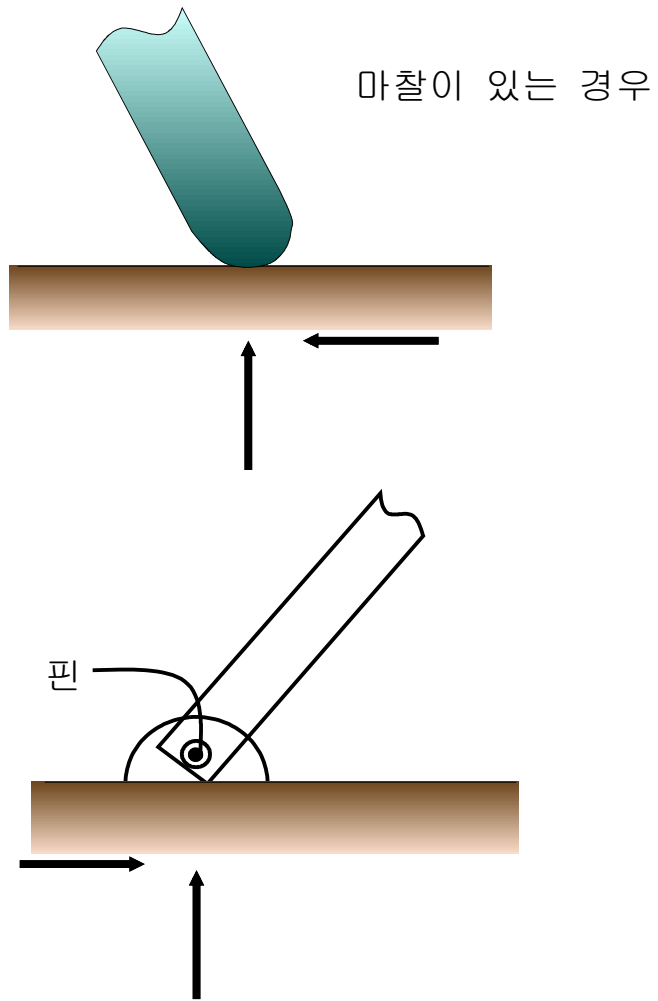
그림 1.29 외력과 내력(반복 표현)

표 1.4 이상화된 지점

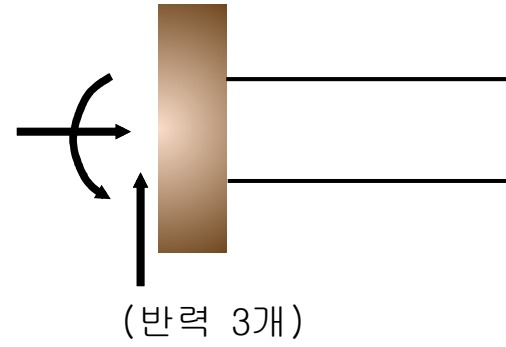
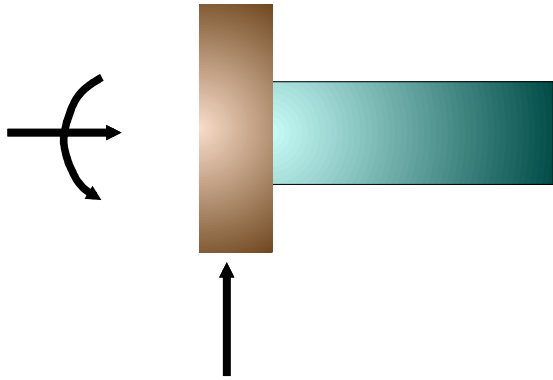
1) 롤러지점



2) 힌지지점



3) 고정지점



1.8.2 모델링과 평형방정식의 활용

표 1.5 모델링과 외력 평형조건

-
- 1) 해석대상(계)의 선정
 - 2) 해석대상(계)의 이상화
 - 가정의 도입
 - 지점형태의 이상화 표현
 - 3) 해석대상(계)에 작용하는 모든 외력의 표현
(알고 있거나 모르고 있는 모든 작용력, 지점반력)
 - 4) 평형조건의 적용으로 모르는 외력을 알아냄
(모르는 외력의 개수가 평형조건식보다 많아서 부정정계가 될 경우에는 변형에 관한 추가적인 조건식을 찾아보든지 2)항에서 가정을 보다 과감하게 도입하여 정정계로 다시 이상화한다)
-

제 2 장 재료역학의 기본개념

2.1 서론

- * 재료역학이란 무엇을 다루는 학문인가?
- * 하중이란 무엇이며 어떻게 분류되는가?
- * 응력의 정의는 무엇인가?
- * 응력의 종류와 부호규약은 무엇인가?
- * 재료시험의 응력-변형을 선도에서 얻을 수 있는 특성값들은 무엇인가?
- * 허용응력은 어떻게 결정되며 계산된 응력과 무엇이 다른가?
- * 응력집중은 왜 일어나는가?
- * 응력집중계수는 어떻게 구하는가?
- * 응력집중계수에 의한 최대응력은 어떻게 구하는가?
- * 재료역학에서 기본관계식들은 무엇이 있는가?
- * 재료역학의 해석과정은 어떠한가?



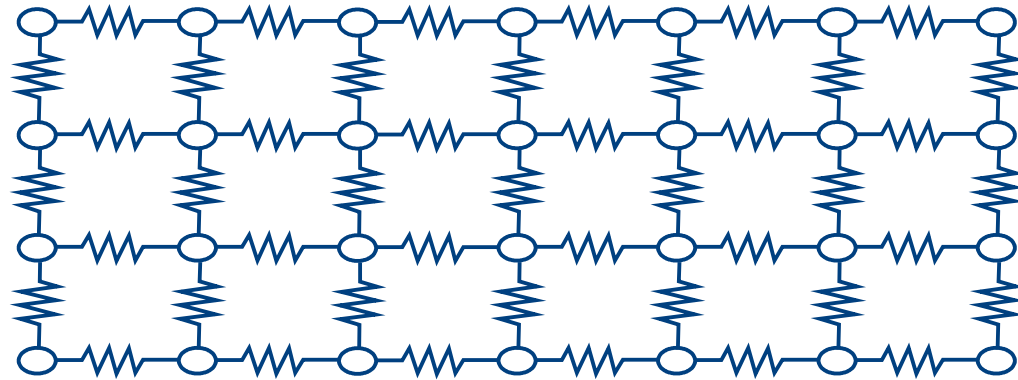


그림 2.1 탄성체 모형



2.2 하중

(1) 작용시간에 따른 분류

■ 정하중(static load) : 하중의 크기와 방향이 시간에 따라 변하지 않는 일정한 하중.

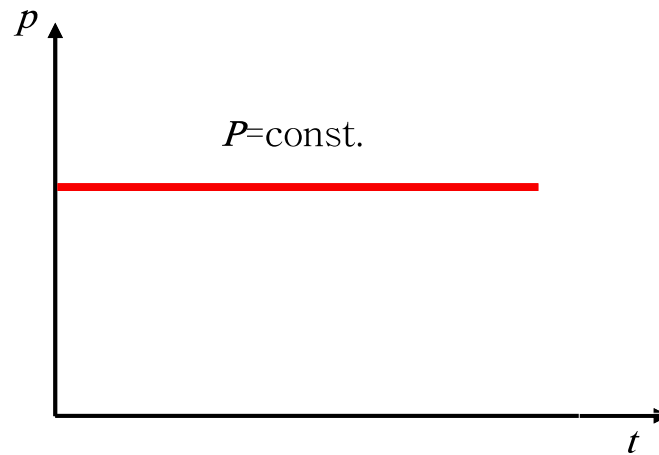


그림 2.4 정하중

■ 동하중(dynamic loads) : 하중의 크기 또는 방향이 시간에 따라 변하는 하중.

·반복하중 - 방향이 변하지 않고 단지 크기가 주기적으로 변하면서 반복적으로 작용하는 하중.

·교번하중 - 크기와 방향이 주기적으로 변하면서 반복적으로 작용하는 하중.

(예 : 인장/압축 반복작용)

·충격하중 - 아주 짧은 시간에 작용하는 하중.

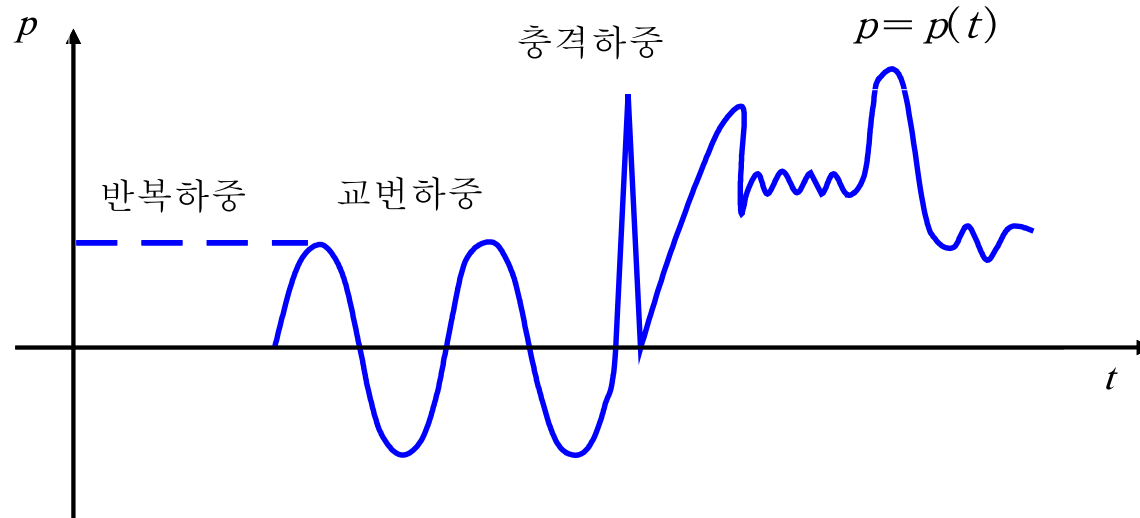


그림 2.5 동하중

(2) 작용부위에 따른 분류

■ **집중하중**(concentrated load) – 하중이 작용하는 부위가 아주 작은 하중.

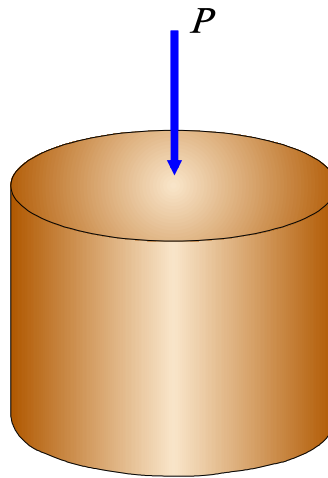


그림 2.6 집중하중



■ 분포하중(distributed load) – 하중이 작용하는 부위가 어느 정도 영역을 갖는 하중.

·선 분포하중(line load) – N/m , kgf/m ; 선 위에 분포된 하중.

·면적 분포하중(area load) – N/m^2 , kgf/m^2 ; 압력과 같이 면적에 분포된 하중.

·체적 분포하중(body load) – N/m^3 , kgf/m^3 ; 중력장이나 자장에 놓인 물체와 같이 질량이나 체적전체에 분포되어 작용되는 하중.

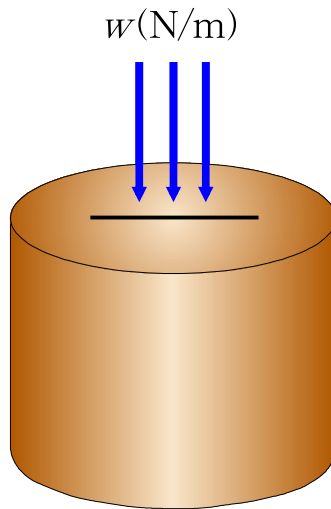


그림 2.7 선 분포하중

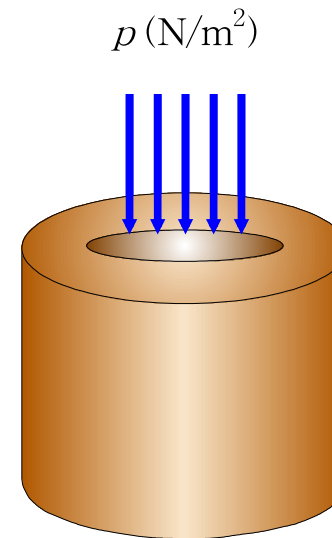


그림 2.8 면적 분포하중

(3) 재료변형 형태에 따른 분류

■ 인장/압축하중(tensile/compressive load)



그림 2.9 인장/압축 하중

■ 전단하중(shear load)

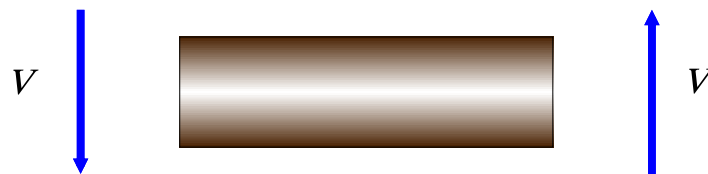


그림 2.10 전단하중

■ 비틀림하중(torsional load)

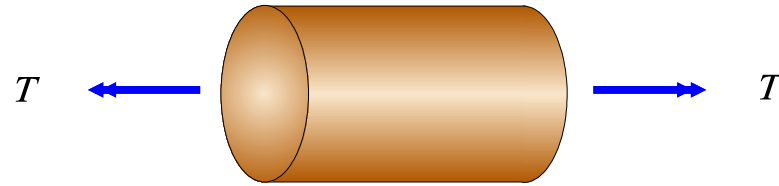


그림 2.11 비틀림 하중

■ 굽힘하중(bending load)

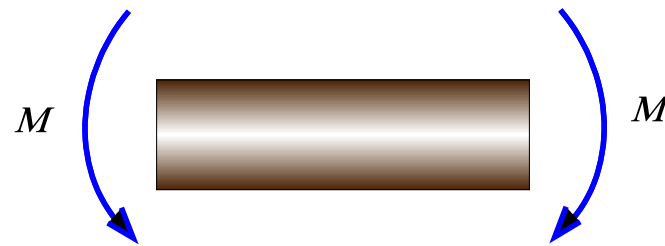


그림 2.12 굽힘하중



2.3 응 력

2.3.1 응력의 개념 및 정의

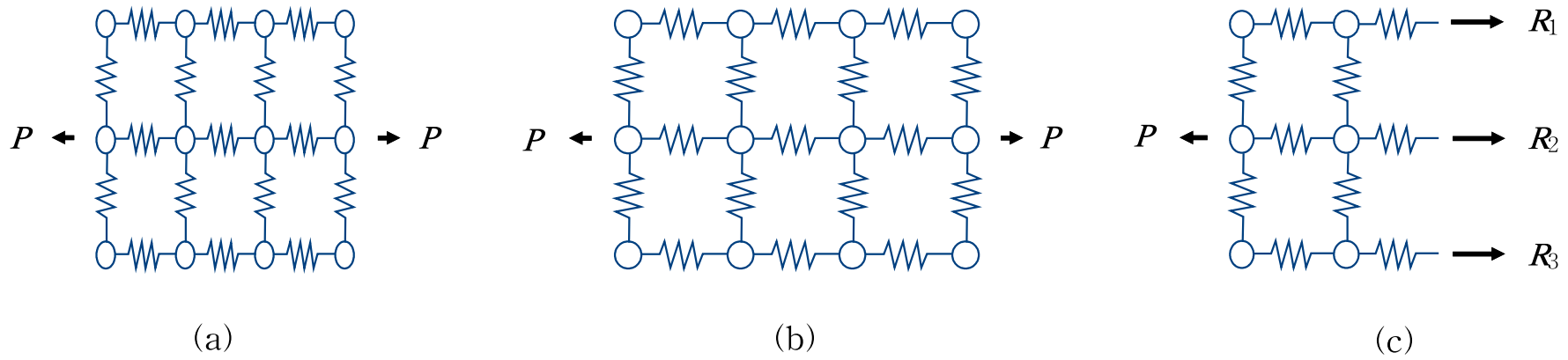


그림 2.14 탄성체의 변형과 평형

2.3.2 응력의 종류

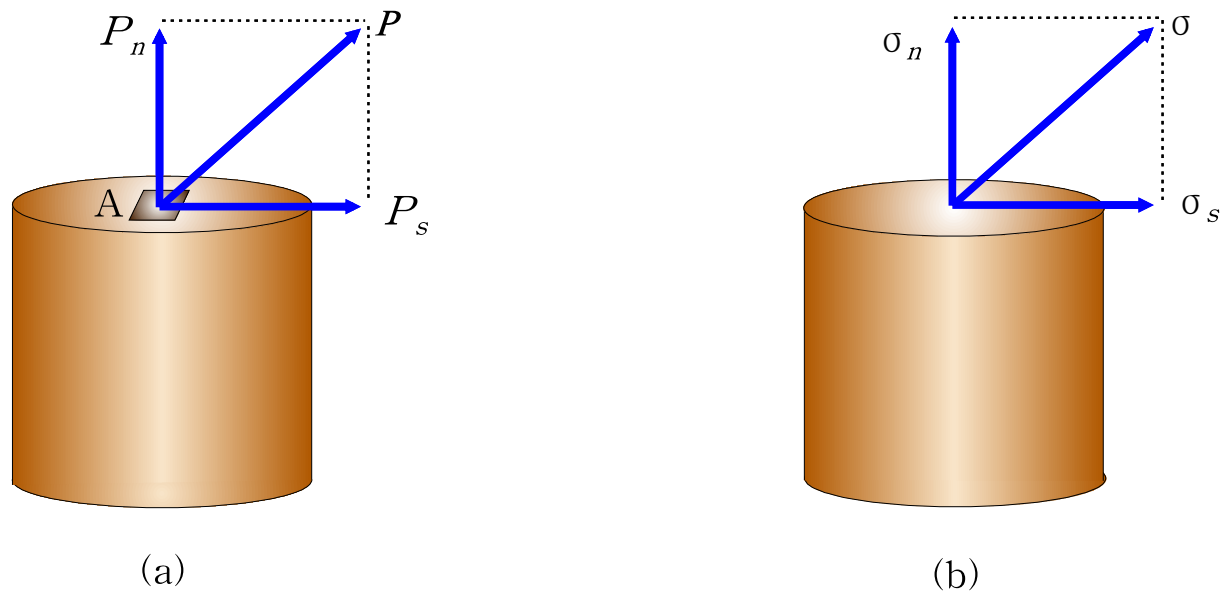


그림 2.15 단면에 작용하는 힘과 응력

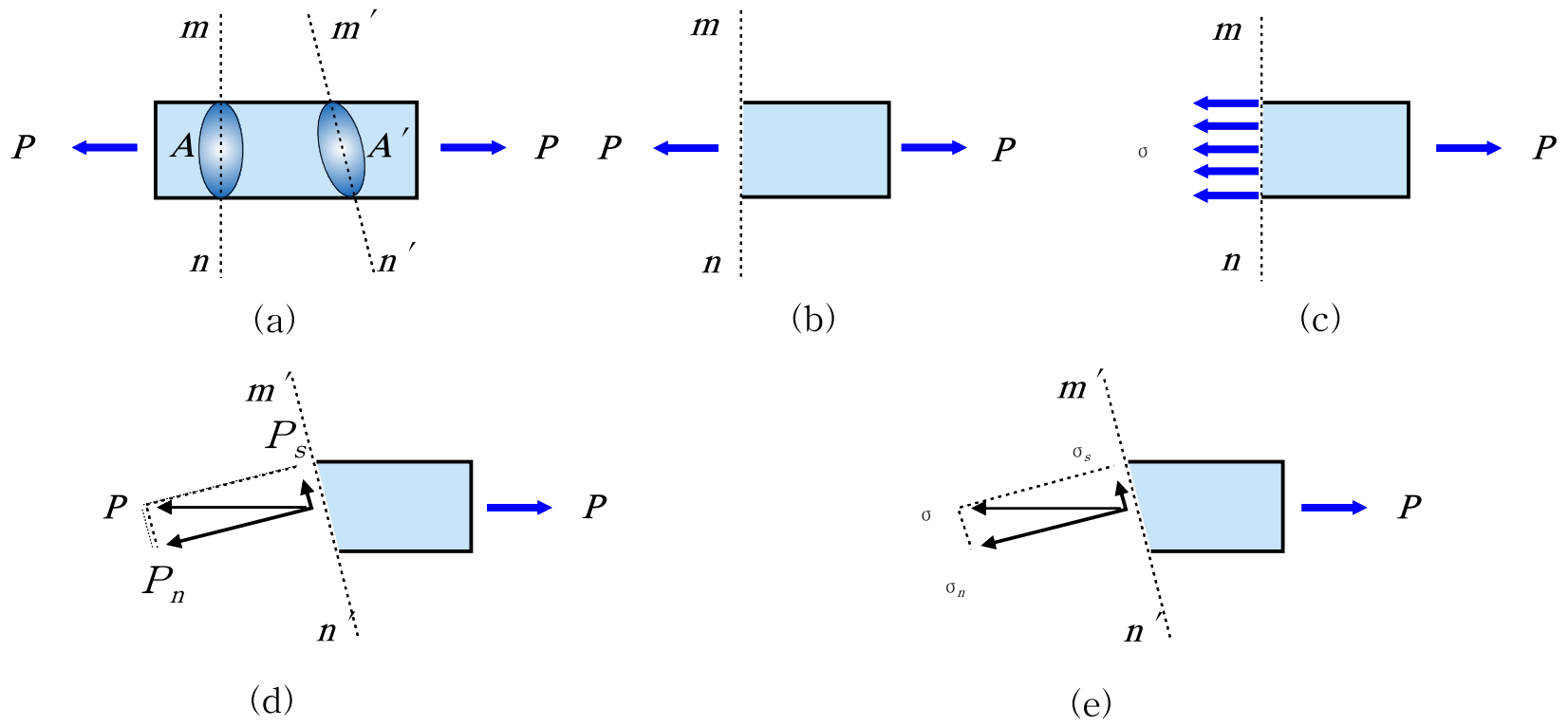


그림 2.16 균일단면봉의 수직응력

(1) 수직응력

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2.1)$$

수직응력 :

$$\sigma_n = P_n / A' \quad (2.1a)$$

전단응력 :

$$\sigma_s = P_s / A' \quad (2.1b)$$

(2) 전단응력

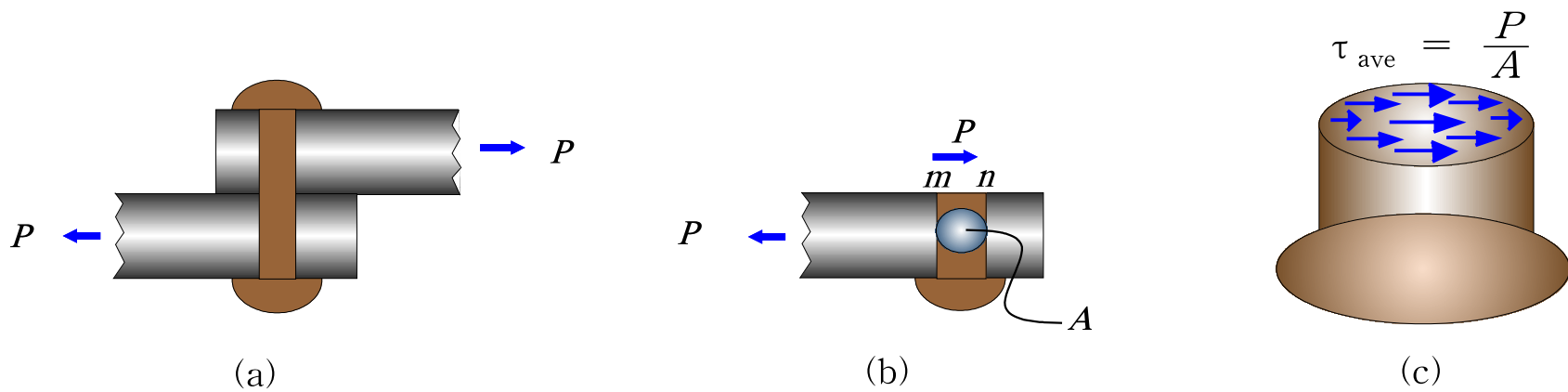


그림 2.18 전단응력

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} \quad (2.2)$$

2.3.3 응력의 단위와 표시

(1) 응력의 단위

응력 기본단위 표시 : N/m^2 또는 Pa

SI 승수 기호 사용 : kN/m^2 또는 kPa

MN/m^2 또는 MPa

(2) 응력의 표

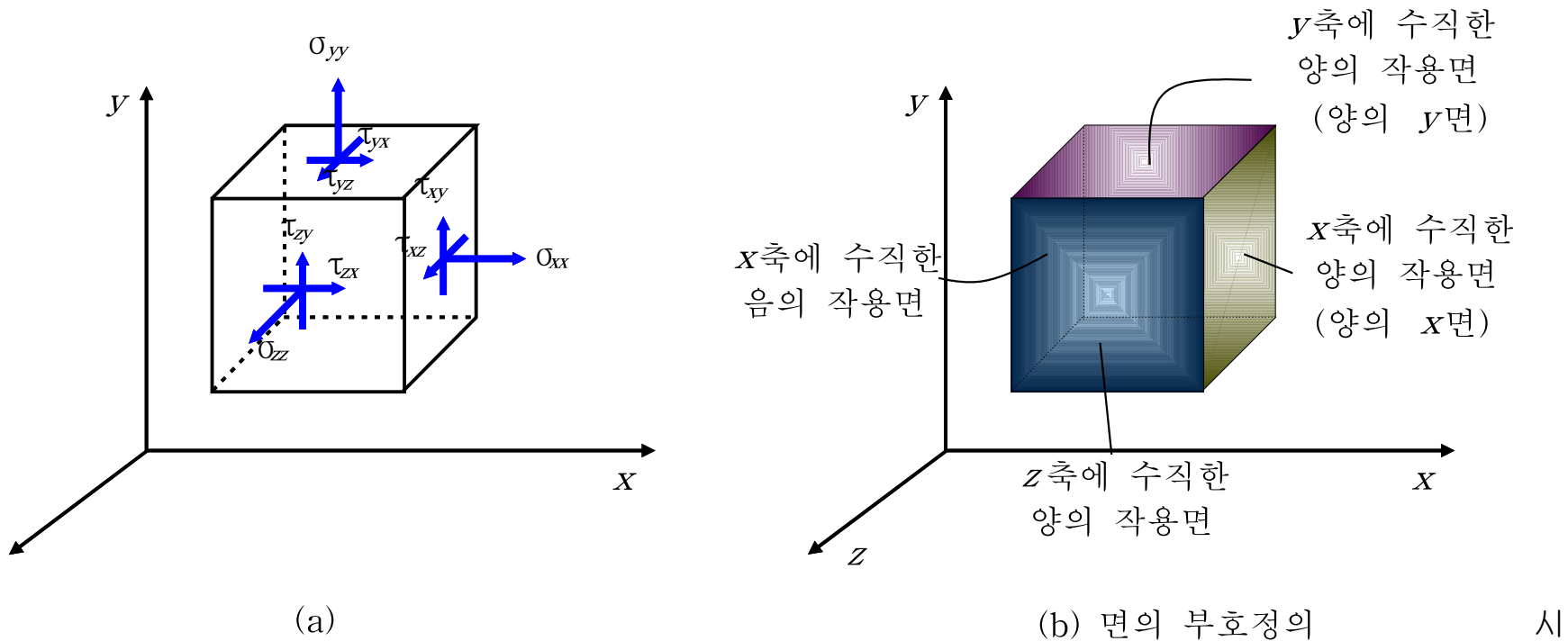
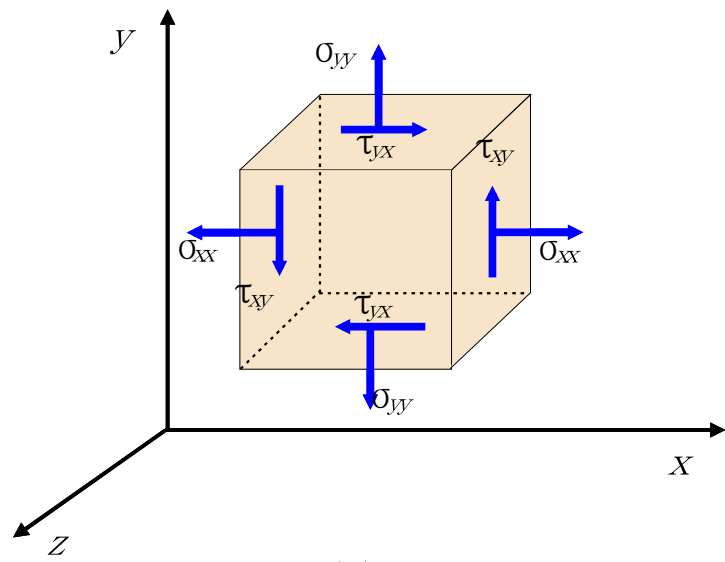
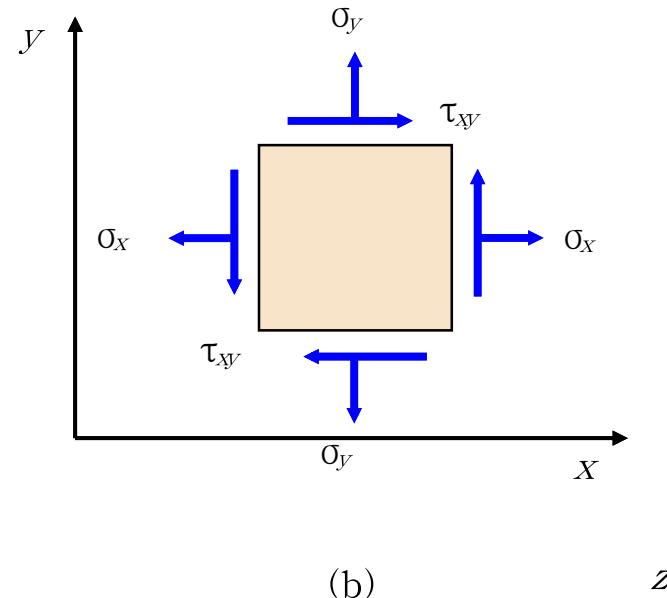


그림 2.20 응력과 응력작용면의 표시



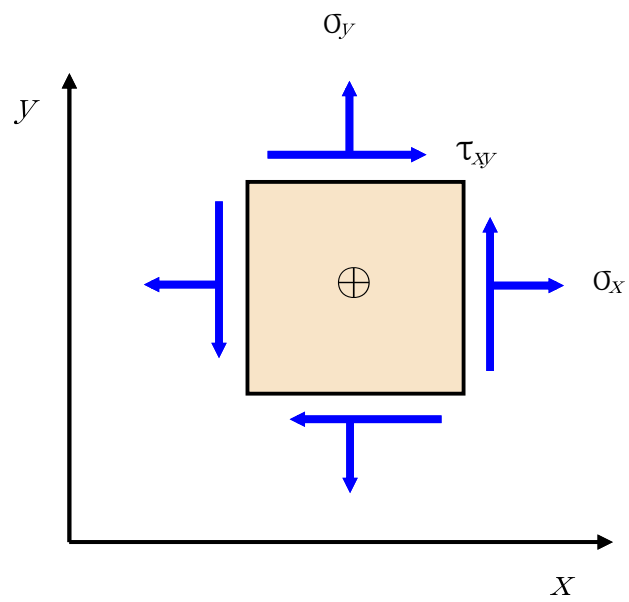
(a)



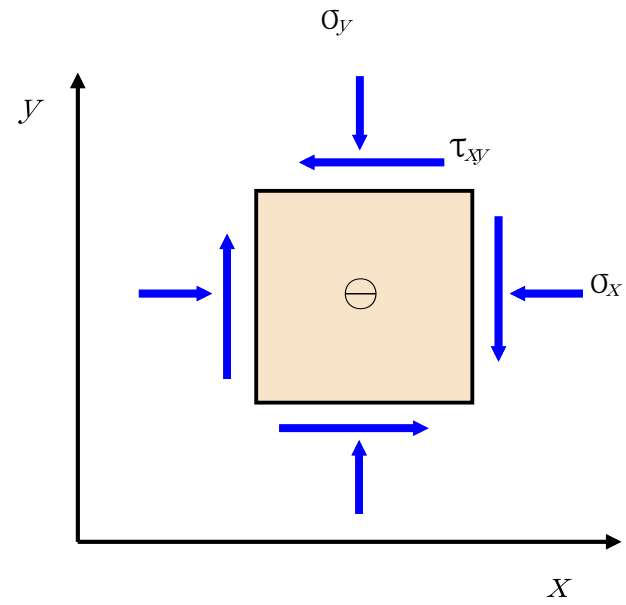
(b)

그림 2.21 2차원 평면에서의 응력표시

(3) 응력의 부호규약



(a) 양의 응력부호



(b) 음의 응력부호

그림 2.22 응력의 부호규약

2.4 변형률

2.4.1 변위와 변형률의 개념 및 정의

변형률 = 총 변위 / 최초상태의 길이

2.4.2 변형률의 종류

(1) 수직변형률

$$\varepsilon = \frac{\text{나중길이} - \text{최초길이}}{\text{최초길이}} = \frac{\delta}{L} \quad (2.3)$$

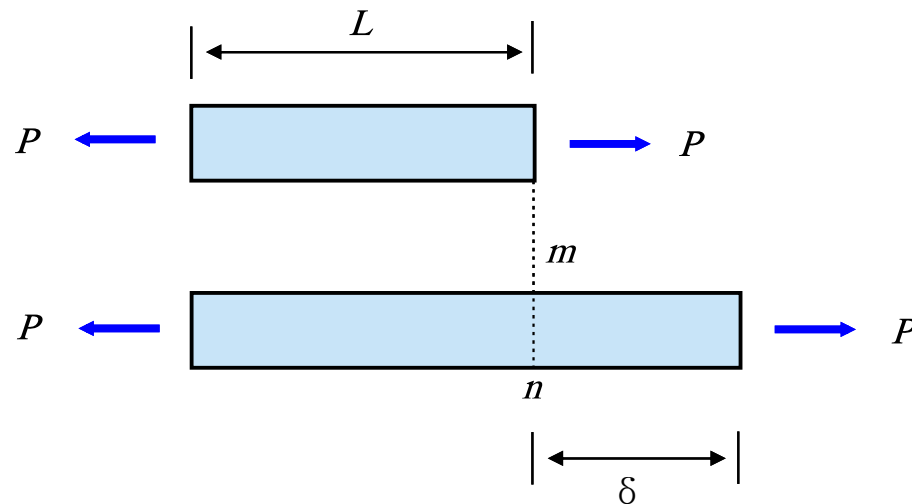


그림 2.24 균일단면봉의 수직변형률

(2) 전단변형률

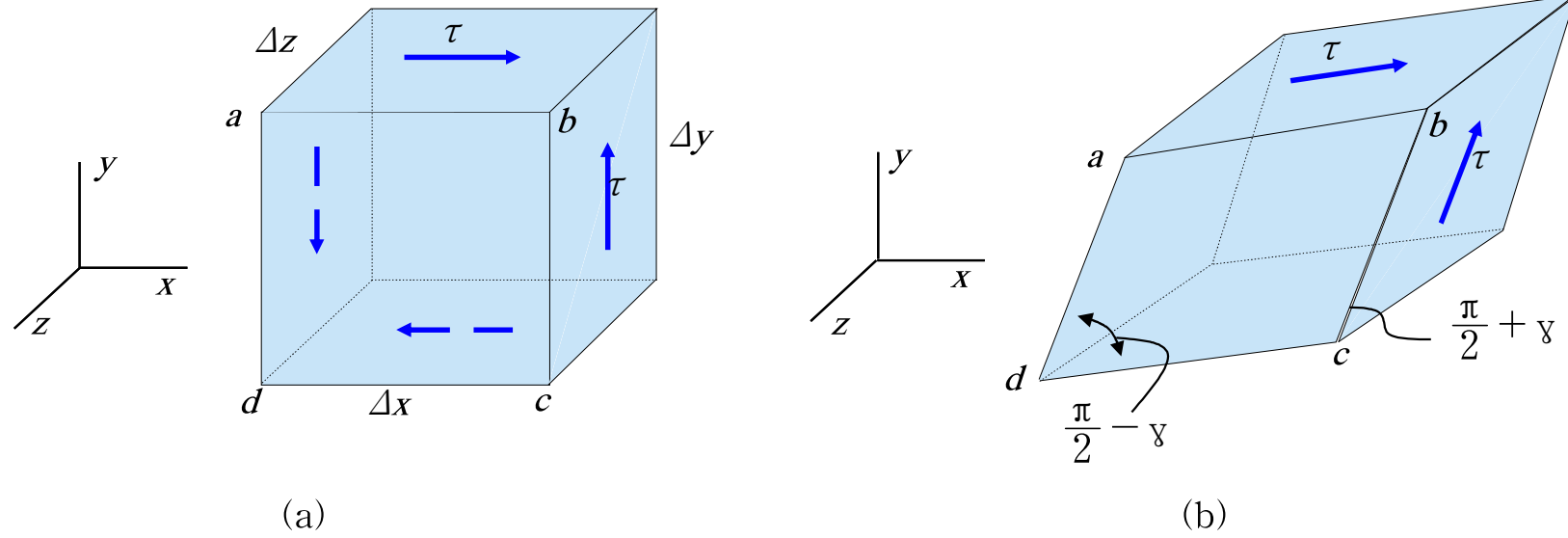


그림 2.26 전단변형률

2.4.3 변형률의 단위, 표시, 부호규약

2.4.4 일반화된 변형률-변위 관계식

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{du}{dx} \\ \varepsilon_y &= \frac{dv}{dy} \\ \varepsilon_z &= \frac{dw}{dz} \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} \right) \\ \gamma_{yz} &= \left(\frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz} \right) \\ \gamma_{zx} &= \left(\frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \right)\end{aligned}\tag{2.4}$$

2.5 재료의 기계적 성질

2.5.1 응력-변형률 선도

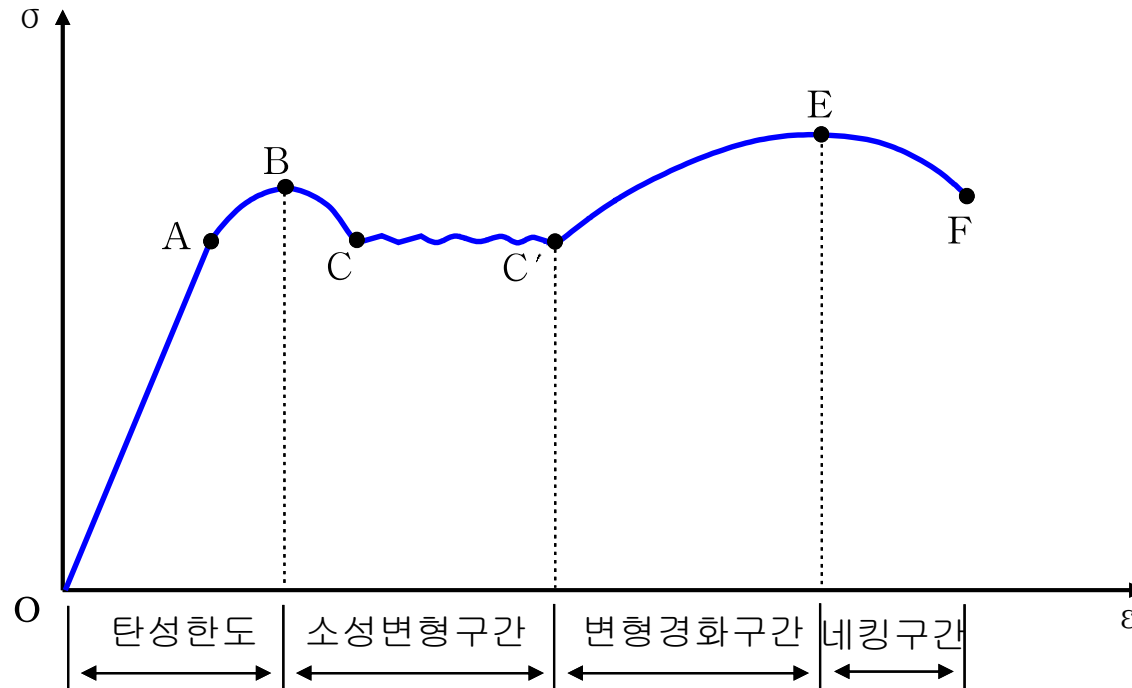


그림 2.28 구조용 연강의 응력-변형률 선도

- OA : 직선, 비례한도(proportional limit)
- OB : 직선(OA)+곡선(AB), 탄성한도(elastic limit), Hooke의 법칙이 성립하는 범위
- BC' : 재료의 항복구간, 소성변형구간
- B : 상항복점(upper yield point)
- C : 하항복점(lower yield point), 항복응력(항복강도)
- C' E: 재료의 변형경화구간(strain hardening area)
- E : 극한응력점(ultimate stress point), 극한응력(극한강도 또는 인장강도)
- EF : 네킹(necking) 구간
- F : 파단점

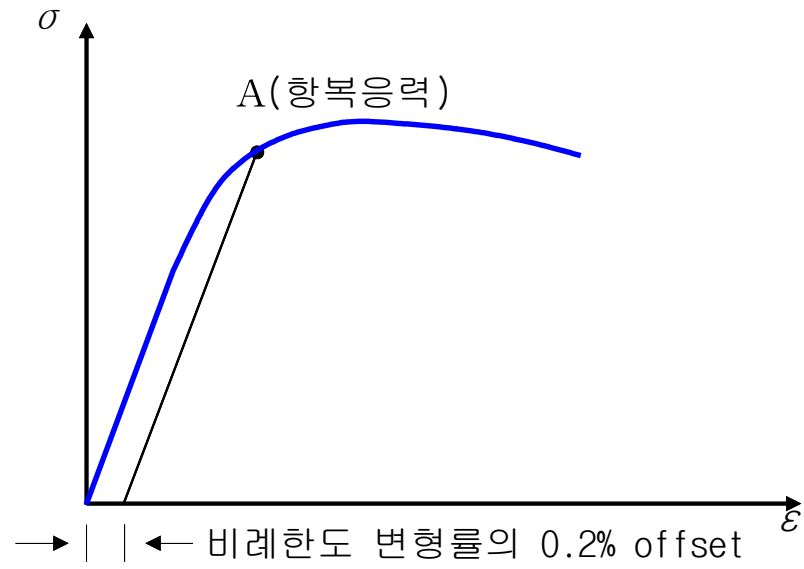


그림 2.29 오프셋방법으로 결정되는 연강의 항복응력

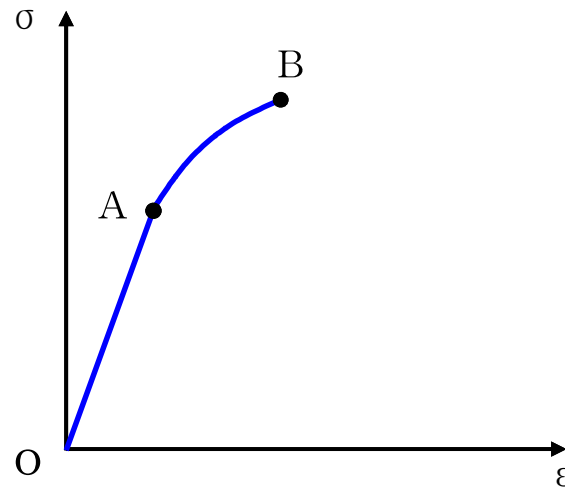


그림 2.30 취성재료의 응력-변형률 선도

2.5.2 탄성계수와 푸아송비

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.5)$$

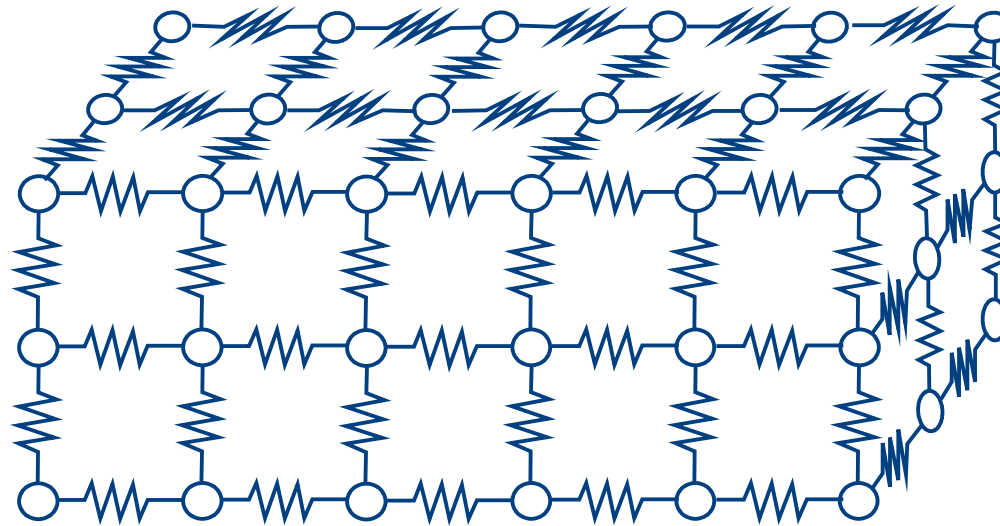


그림 2.31 이상적인 탄성체 모형

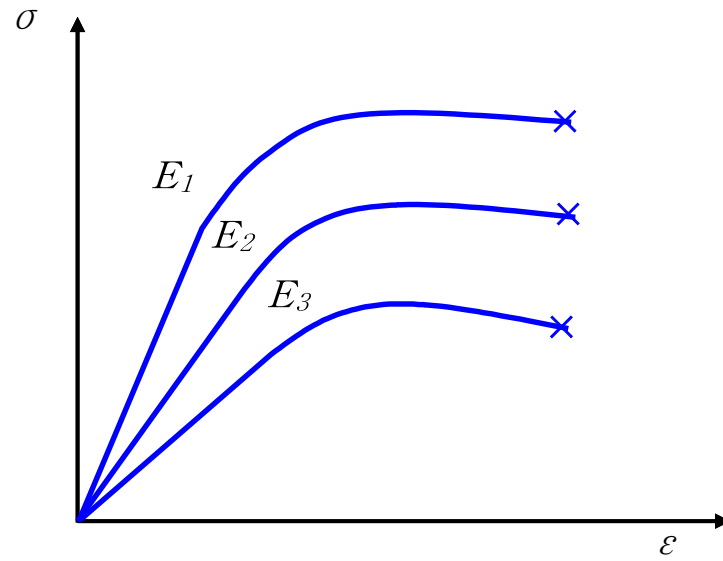


그림 2.32 재료에 따른 응력-변형률 선도

$$v = - \frac{\text{단면의 가로 또는 세로 방향 변형률}}{\text{길이 방향 변형률}} = - \frac{\varepsilon_y \text{ 또는 } \varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (2.6)$$

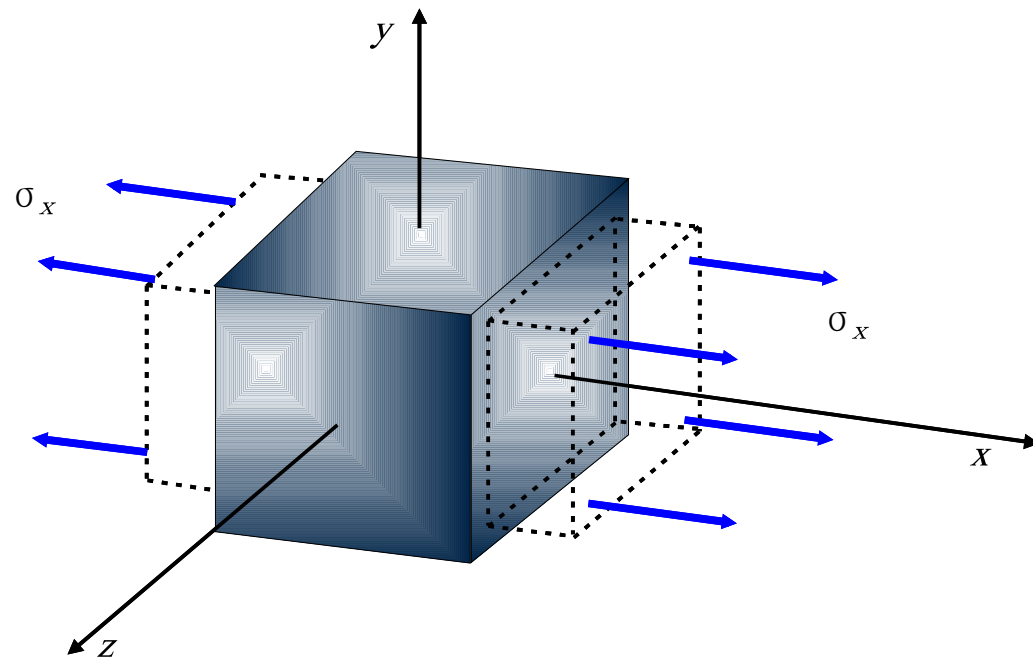


그림 2.33

$$\tau = G\gamma$$

$$G = E/2(1+\nu)$$

(2.7)

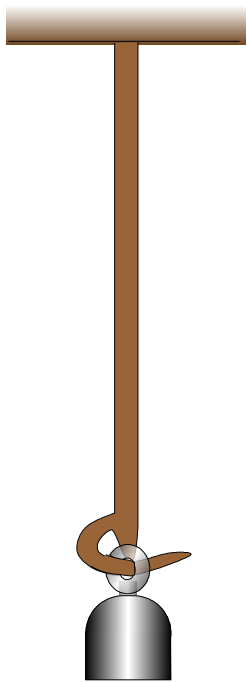
2.5.3 하중-변위 관계의 일반식과 Hooke의 법칙

$$F = kx$$

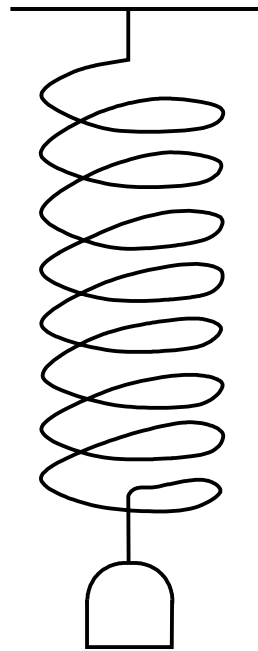
(2.8)

$$M = k\theta$$

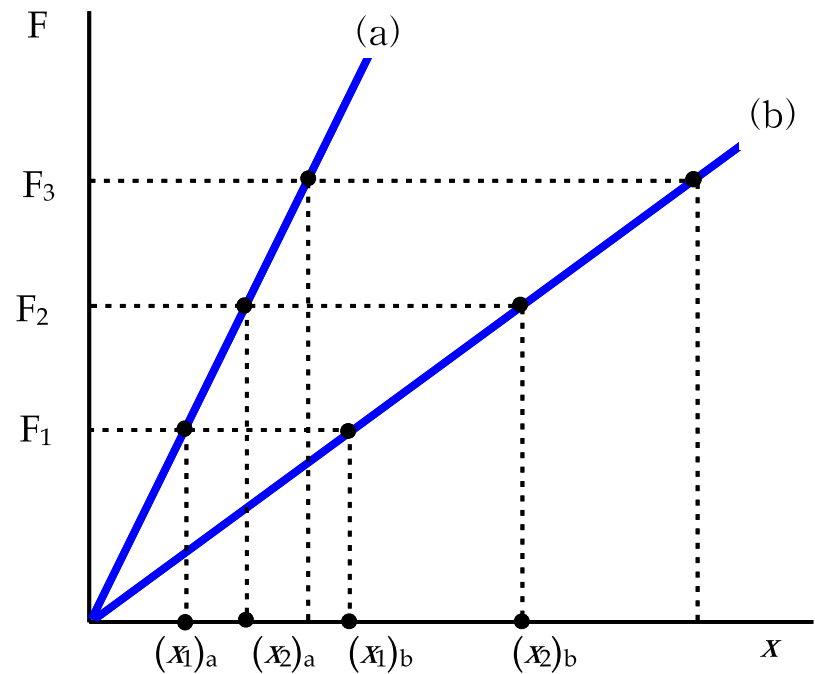
(2.9)



(a)



(b)



(c)

그림 2.34 Hooke의 실험

■ 3차원 공간에서 Hooke의 법칙(일반화된 Hooke의 법칙)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}\end{aligned}\tag{2.10}$$

■ 2차원 공간에서 Hooke의 법칙(평면응력문제에서 Hooke의 법칙: $\sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [-\nu (\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}\end{aligned}\tag{2.11}$$

■ 1차원 공간에서 Hooke의 법칙(일축응력에서 Hooke의 법칙: $\sigma_y = \sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [-\nu \sigma_x] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [-\nu \sigma_x]\end{aligned}\tag{2.12}$$

2.5.4 허용응력과 안전율

설계조건 : 해석응력 < 허용응력

$$\text{허용응력 } (\sigma_a) = \frac{\text{설계기준강도}(\sigma_s)}{\text{안전율}(S)}$$

(2.13)

설계기준강도라 하면 구조물을 설계할 때의 목적에 따라

- ① 항복강도
- ② 극한강도(인장강도)
- ③ 피로강도
- ④ 크리프강도

2.5.5 응력집중

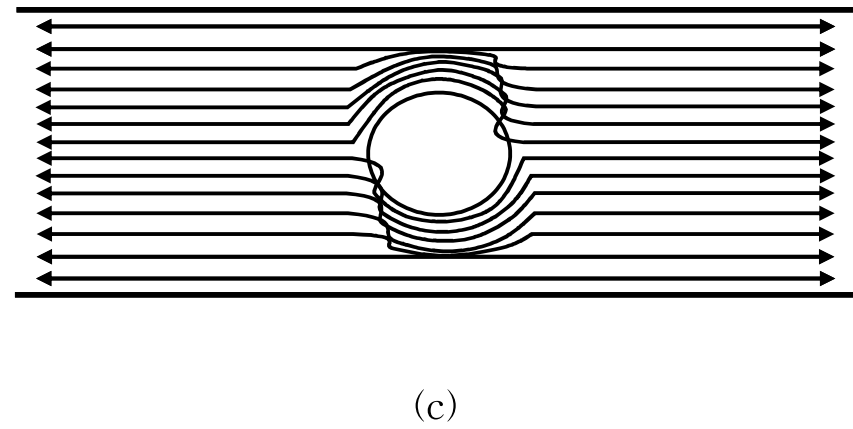
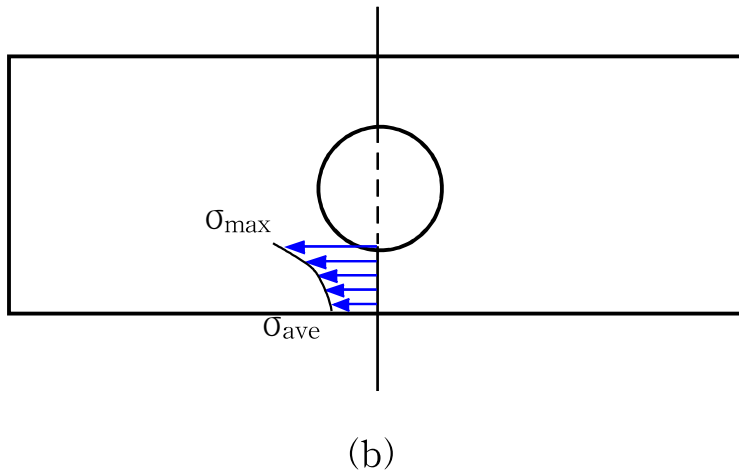
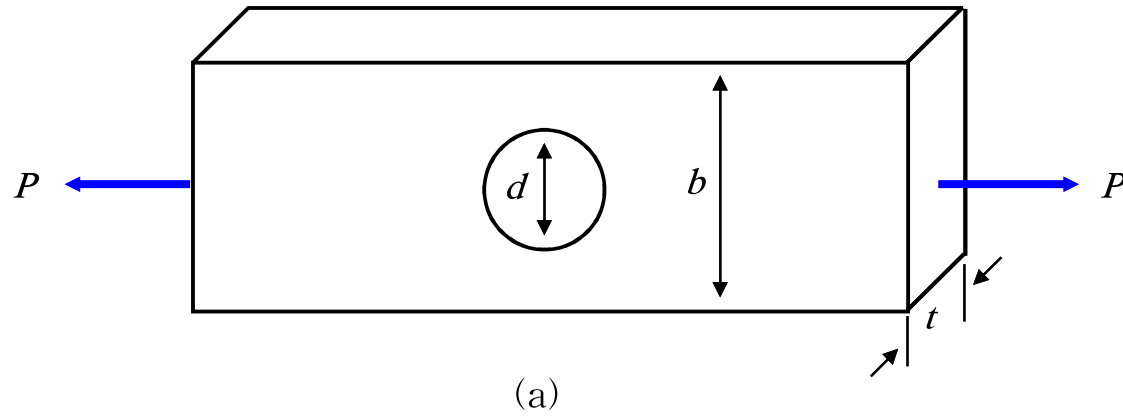


그림 2.35 원형구멍의 평판에서 응력분포와 응력선

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_{\text{ave}}$$

(2.14)

σ_{\max} : 응력집중부위의 최대응력

σ_{ave} : 평균응력

K_t : 응력집중계수 또는 형상계수

$$\sigma_{\text{ave}} = \frac{\text{하중}}{\text{최소단면적}} = \frac{P}{(b-d)t}$$

(2.15)

2.6 재료역학의 해석방법

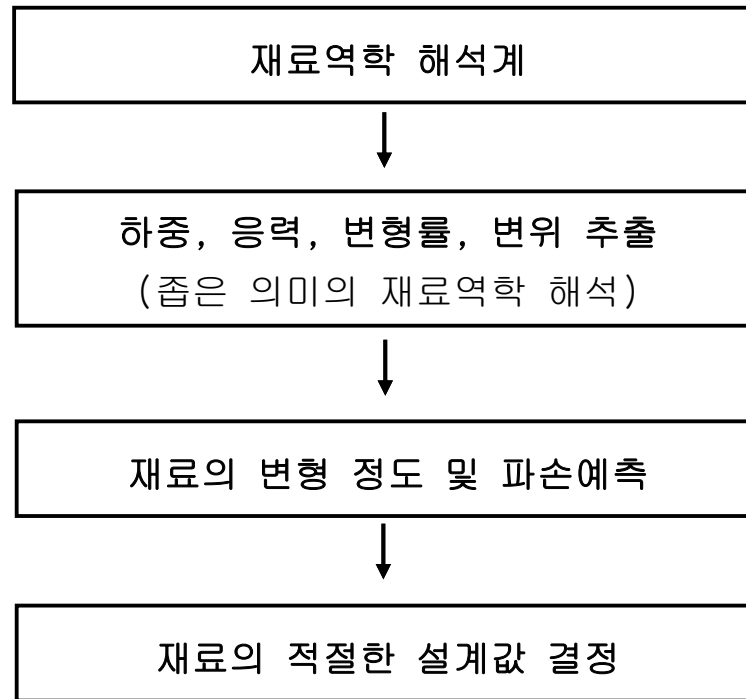


그림 2.37 넓은 의미의 재료역학 해석과정

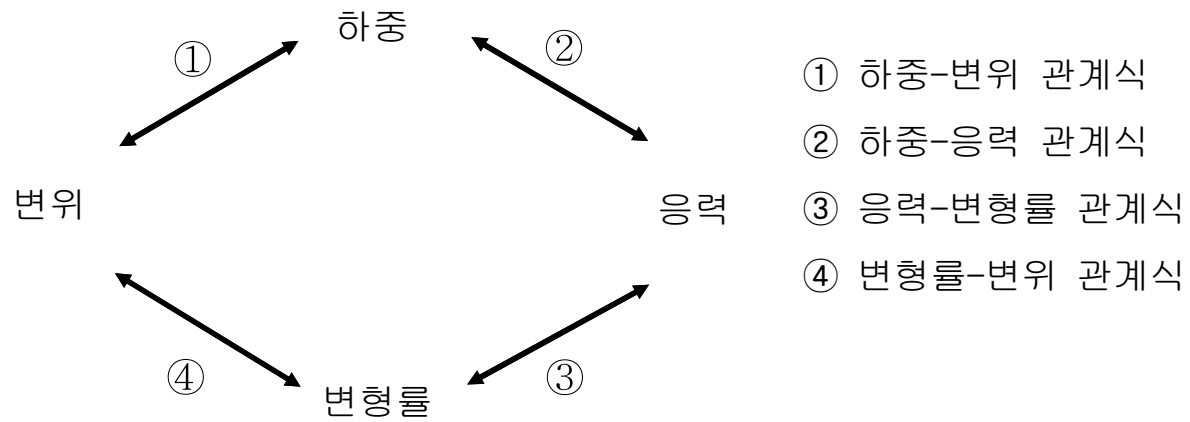


그림 2.38 재료역학의 기본관계식

1단계 : 관계식 유도과정

(1) 하중과 형상에 따른 모델링



(2) 관계식들의 간략화
· 변형률-변위 관계식
· 응력-변형률 관계식



(3) 하중-응력 평형조건의 적용



(4) 관계식 유도
· 하중-응력 관계식
· 하중-변위 관계식

2단계 : 관계식 활용과정

(1) 문제정의



(2) 자유물체도 표현



(3) 평형조건에 의한 미지외력 산출
(필요시 기타조건 이용)



(4) 평형조건에 의한 부재내력 산출



(5) 관계식 사용 해석

그림 2.39 재료역학 해석과정 2단계

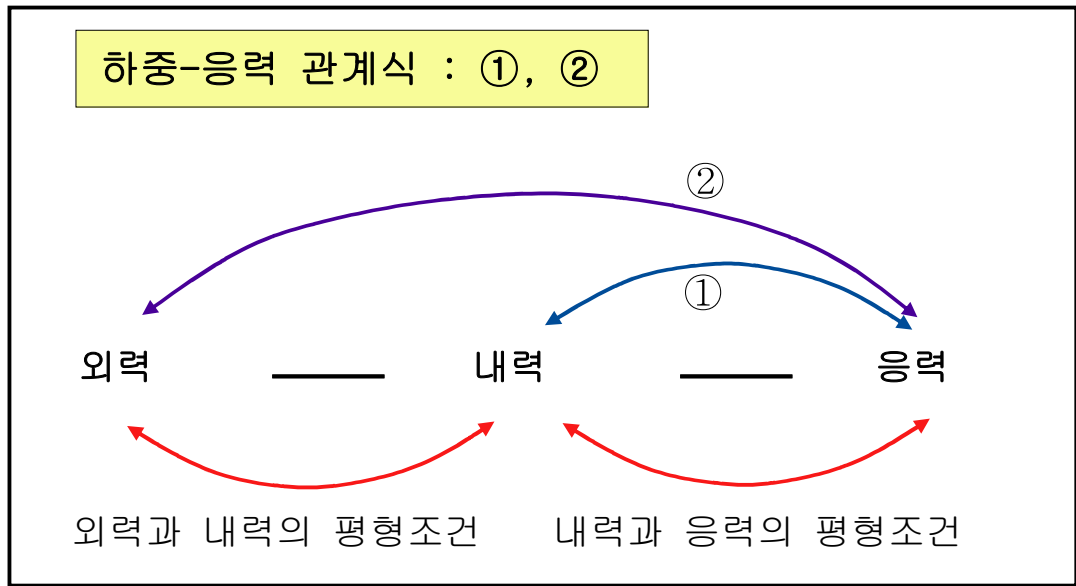


그림 2.40 하중-응력 관계식 개요도

2.7 탄성론의 해석방법

■ 하중-응력 평형조건(평형방정식)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0\end{aligned}\tag{2.16}$$

■ 변형을-변위 관계식(변형의 적합조건)

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ r_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ r_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ r_{zx} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\end{aligned}\tag{2.17}$$

■ 응력-변형률 관계식

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z) \right] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \right]\end{aligned}\tag{2.18}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$



제 3 장 인장/압축 하중

3.1 서론

- * 긴 부재에 작용하는 일축방향 인장/압축 하중 관계식 유도과정 및 유도된 관계식
- * 관계식 활용방법
- * 열응력의 개념
- * 얇은 압력용기에 작용하는 이축방향 인장/압축 하중 관계식 유도과정 및 유도된 관계식
- * 관계식 활용예(원통 압력용기)



3.2 일축방향 인장/압축

3.2.1 하중과 형상에 따른 모델링

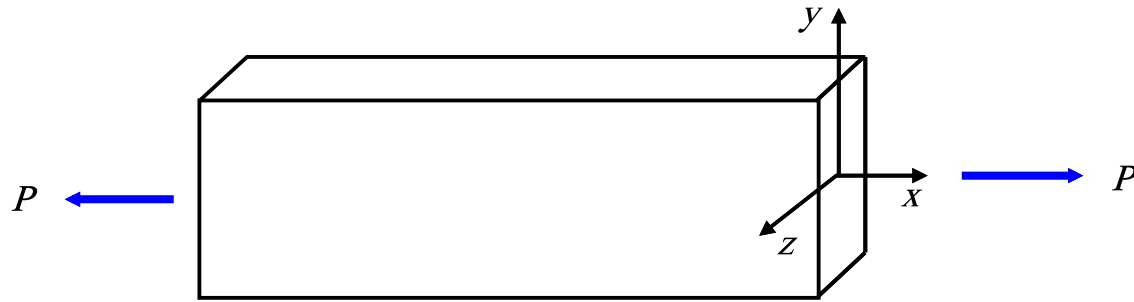


그림 3.1

가정

- ① 하중 P 는 단면의 도심에 작용하고, 끝단에서 얼마만큼 떨어진 곳부터는 응력이 균일하게 분포된다.
- ② 단면의 가로방향, 세로방향 변형은 푸아송비에만 의존하고, 하중에 의해 직접적으로 발생하는 변형은 길이방향만 존재한다.
- ③ 수직응력은 길이방향 응력만을 고려하고, 단면의 가로, 세로 방향 응력은 무시한다.

3.2.2 변형률-변위 관계식(기하학적 변형의 적합성)

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{L}$$

(3.1)

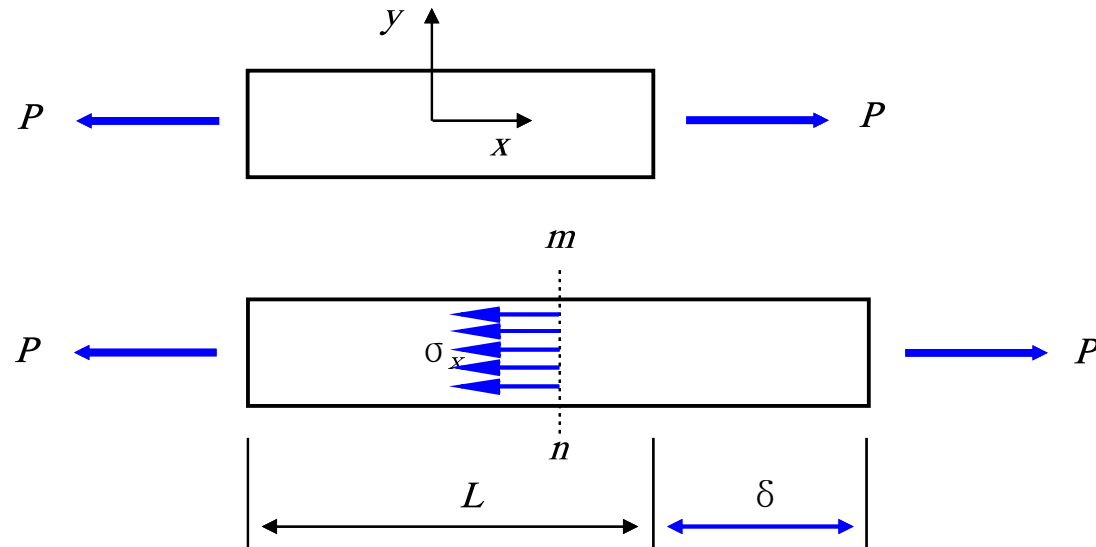


그림 3.2

3.2.3 응력-변형률 관계식

$$\sigma_x = E\varepsilon_x$$

(3.2)

3.2.4 하중-응력 관계식(하중-응력 평형조건의 적용)

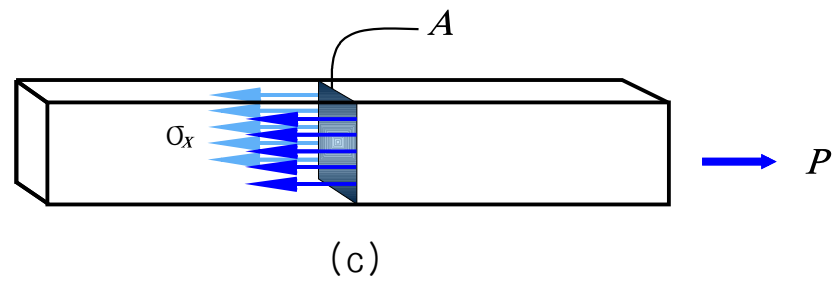
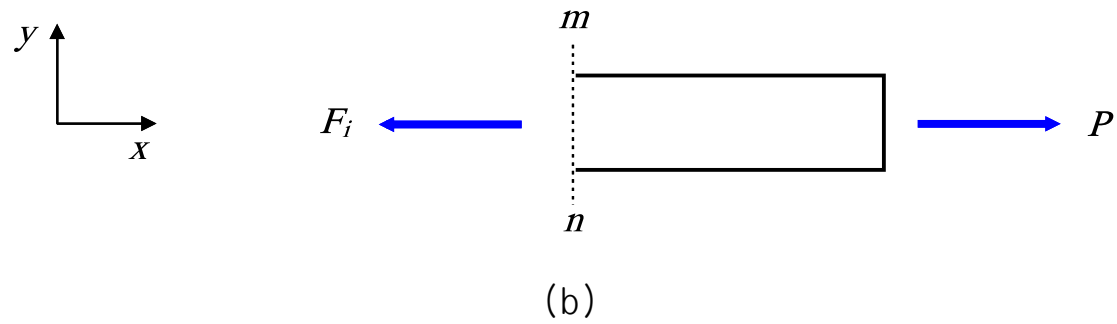
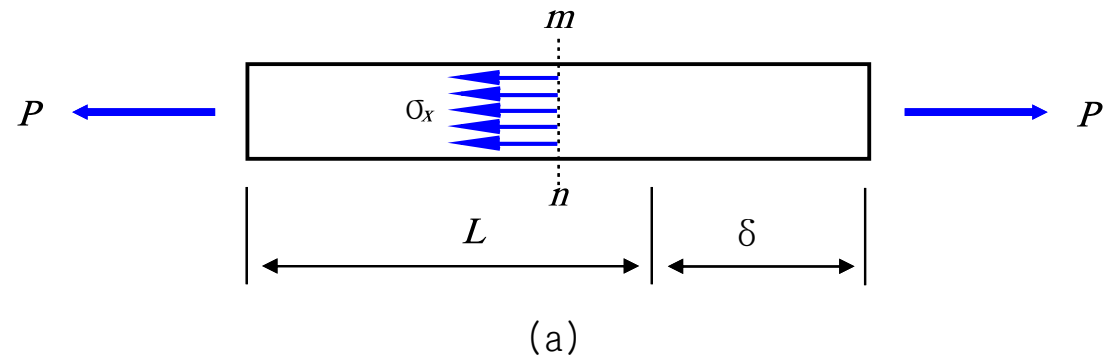


그림 3.3

■ 외력과 내력의 평형조건

$$\sum F_x = P - F_i = 0 \quad \therefore F_i = P \quad (3.3)$$

■ 내력과 응력의 평형조건

$$\sigma_x \cdot A = F_i \quad (3.4)$$

■ 응력과 외력과의 관계

$$\sigma_x = \frac{F_i}{A} = \frac{P}{A} \quad (3.5)$$

3.2.5 하중-변위 관계식

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E \cdot \varepsilon_x \\ &= E \cdot \frac{\delta}{L}\end{aligned}\tag{3.6}$$

$$\delta = \frac{PL}{EA}\tag{3.7}$$

3.2.6 기타 응용

(1) 열변형률과 열응력

$$\varepsilon_T = \alpha(T_2 - T_1) \quad (3.10)$$

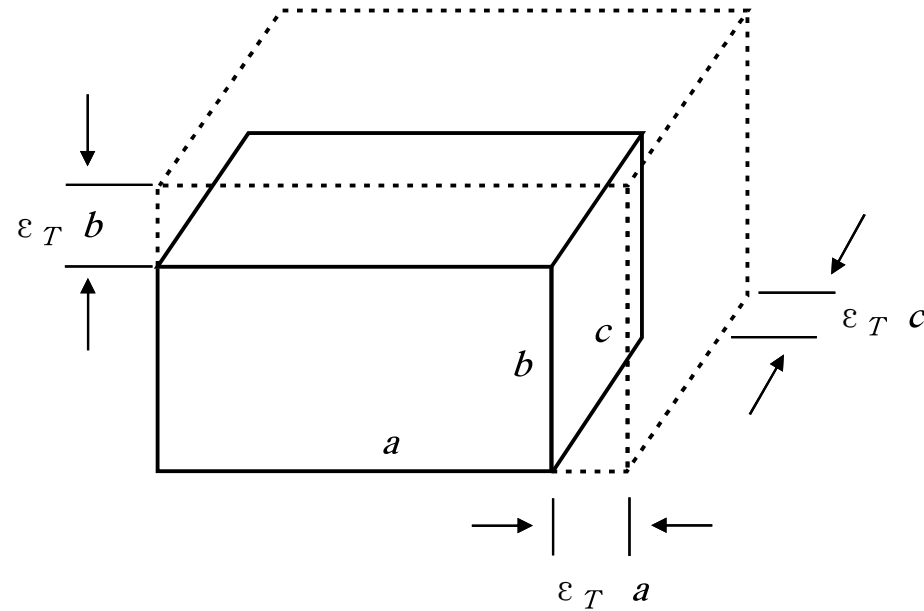


그림 3.11

$$\begin{aligned} \delta &= \varepsilon_T \cdot l \\ &= \alpha l (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\sigma = E\varepsilon_T = E\alpha(T_2 - T_1) \quad (3.12)$$

(2) 얇은 링

1) 문제정의 :

그림 3.14와 같이 반경방향으로 균일한 분포하중 q (단위길이당 힘)를 받고 있는 원형링이 있다. 반경방향 분포하중과 원주방향 내력과의 관계를 밝히고, 원주방향 응력, 변형을, 변위를 구하여라.

2) 자유물체도 표현 : 그림 3.14(a)(외력은 선 분포하중 q)

3) 미지외력 산출 : 미지외력 없음

4) 부재내력 산출 : 그림 3.14(b)의 미소요소에 평형조건을 적용하면

$$\sum F_y = qr d\theta - 2P \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (3.13)$$

$d\theta$ 가 아주 작으면($d\theta \ll 1$) $\sin d\theta \approx d\theta$ 이므로

$$qr d\theta - 2P \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (3.14)$$

$$P = qr$$

즉, 외력 q 에 의해 생기는 원주방향 부재내력 P 는 식 (3.14)와 같은 관계식으로 표현된다는 뜻이다.

5) 관계식 사용 해석

① 하중-응력 관계식

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{qr}{A}$$

또는

$$\sigma A = P = qr \quad (3.15)$$

$$\sigma = \frac{qr}{A}$$

② 응력-변형을 관계식에서 원주방향 변형을, ε_c 는

$$\sigma = E\varepsilon_c \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma}{E} = \frac{qr}{EA}$$

③ 변형을-변위 관계식에서 원주방향 변위, δ_c 는

$$\varepsilon_c = \frac{\delta_c}{L} \quad (3.17)$$

$$\delta_c = L\varepsilon_c = \pi D\varepsilon_c = \pi D \frac{qr}{EA}$$

반경방향 변위 δ 는

$$\delta_d = \frac{\delta_c}{\pi} \quad (3.18)$$

$$\delta_d = D \varepsilon_c = D \varepsilon_d$$

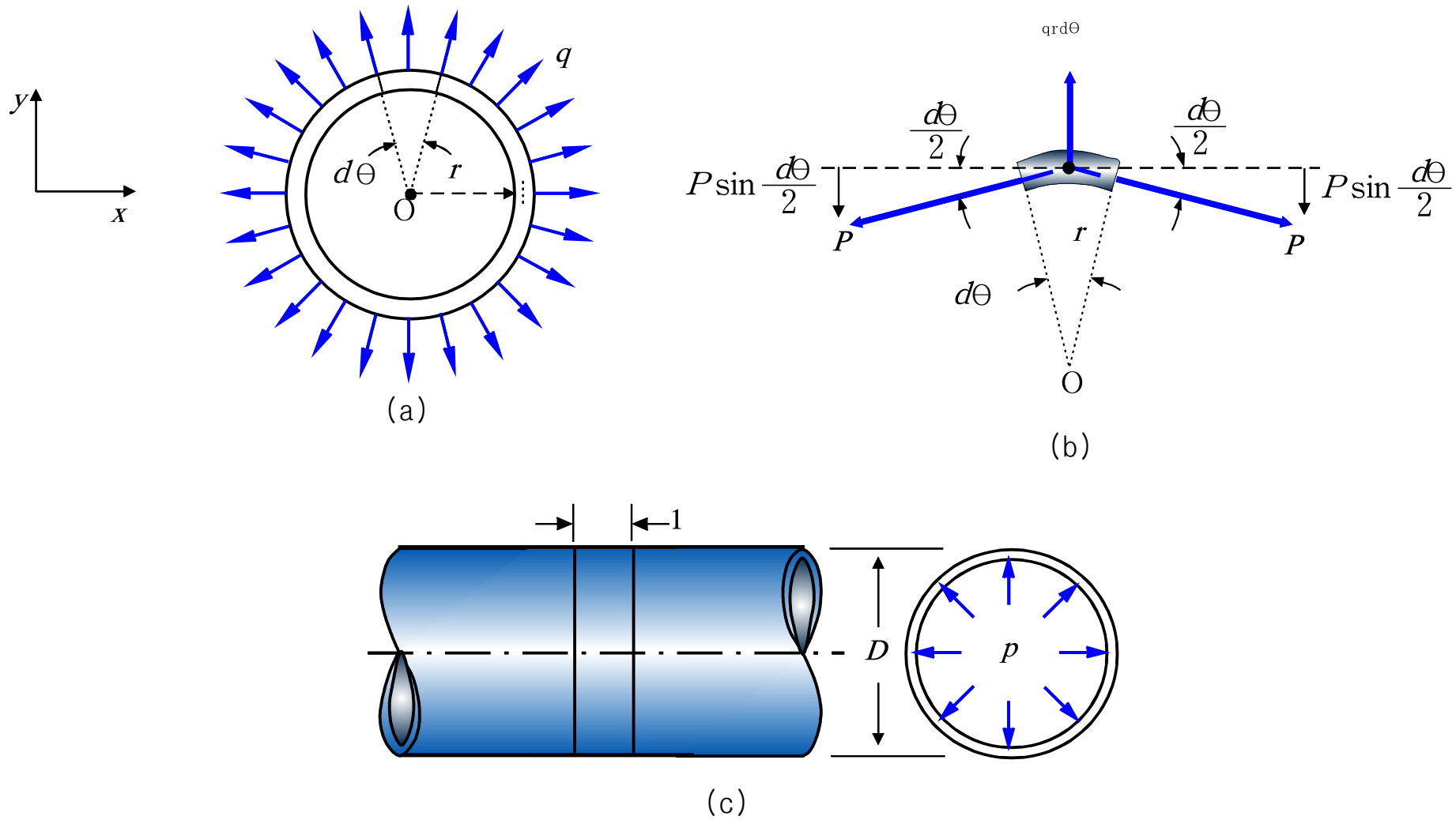


그림 3.14

3.3 이축방향 인장/압축 하중

3.3.1 하중과 형상에 따른 모델링

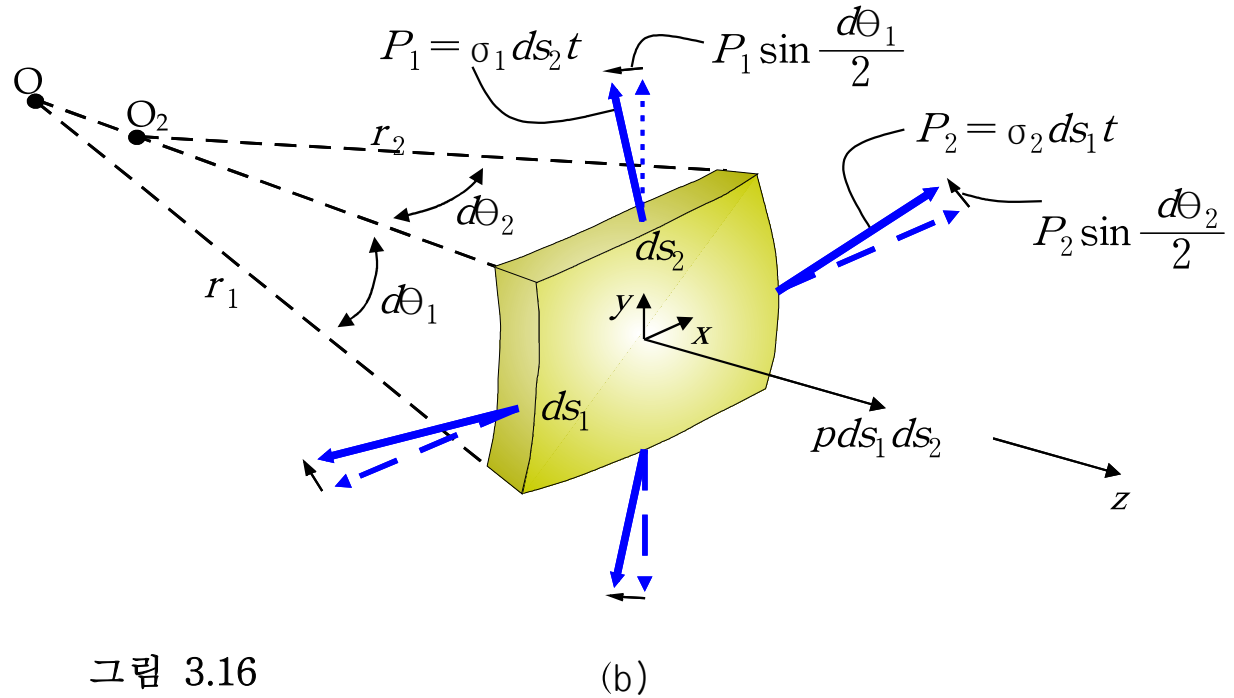
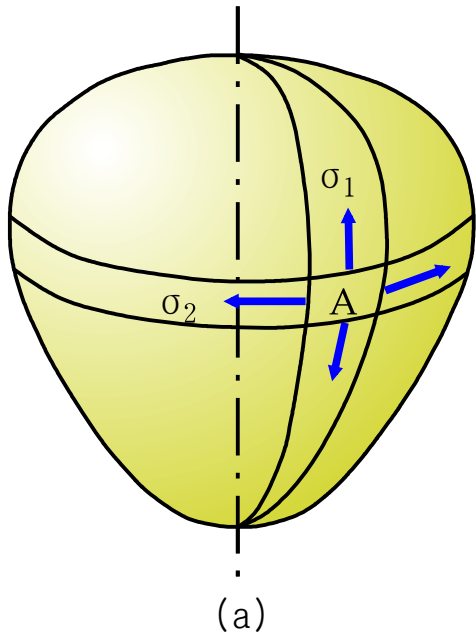


그림 3.16

가정

- ① 용기의 두께 t 가 곡률반경에 비해 매우 작다 ($t/r_1, t/r_2 \ll 1$, 실제 응용에서 $t/r \leq 1/1000$).
- ② 용기의 벽두께에는 굽힘저항이 없으며, 응력은 중립면에 접선방향으로 벽두께 전체에 걸쳐 균일하게 작용하며, 중립면에 수직인 단면은 변형 후에도 유지된다.
- ③ 수직응력 σ_z 와 변형률 $\epsilon_z, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ 는 무시한다.

3.2.2 하중-응력 평형조건

■ 외력과 내력의 평형조건

$$\Sigma F_z = p ds_1 ds_2 - 2P_1 \sin \frac{d\theta_1}{2} - 2P_2 \sin \frac{d\theta_2}{2} = 0 \quad (3.23)$$

$d\theta \ll 1$ 이면 $\sin d\theta \doteq d\theta$ 이므로

$$P_1 d\theta_1 + P_2 d\theta_2 = p ds_1 ds_2 \quad (3.24)$$

■ 내력과 응력의 평형조건

$$P_1 = \sigma_1 ds_2 t$$

$$P_2 = \sigma_2 ds_1 t$$

$$ds_1 = r_1 d\theta_1$$

$$ds_2 = r_2 d\theta_2$$

(3.25)

■ 응력과 외력의 관계

$$\frac{\sigma_1 ds_1 ds_2 t}{r_1} + \frac{\sigma_2 ds_1 ds_2 t}{r_2} = p ds_1 ds_2 \quad (3.26)$$

$$\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{p}{t}$$

3.3.3 응력-변형률 관계식

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu\sigma_y] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu\sigma_x] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}\end{aligned}\tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu\sigma_2] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu\sigma_1]\end{aligned}\tag{3.28}$$



3.3.4 변형률-변위 관계식

$$\delta_1 = L_1 \varepsilon_1$$

$$\delta_2 = L_2 \varepsilon_2$$

$$\delta_r = r \cdot \varepsilon_1$$

(3.29)



제 4 장 비틀림 하중

4.1 서론

- * 원형단면축에 작용하는 비틀림하중 관계식 유도과정 및 유도된 관계식
 - * 원형단면에서 극관성모멘트 및 극단면계수
 - * 동력(power), 회전수(rpm)와 비틀림모멘트(T)와의 상호변환
 - * 얇은 관에서 비틀림하중과 응력의 관계식
 - * 전단류(shear flow)
 - * 비틀림강성(torsional stiffness)
-

4.2 원형단면축의 비틀림

4.2.1 하중과 형상에 따른 모델링

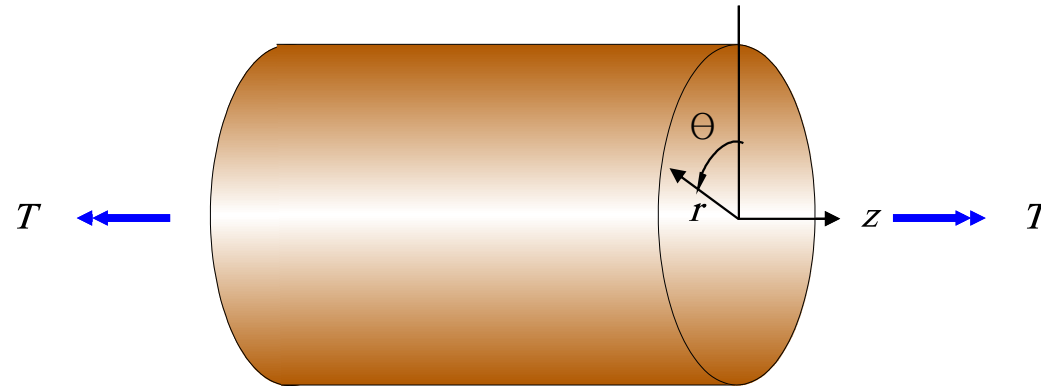


그림 4.1

가정

- ① 비틀림 변형량이 작다(소변형).
- ② 수직변형률은 없다 ($\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_z = 0$).
- ③ 변형 후에도 축에 수직인 단면은 찌그러짐없이 변형 전과 같은 평면을 그대로 유지한다. 즉, 각 단면은 서로 상대회전만 한다 ($\gamma_{z\theta} \neq 0, \gamma_{zr} = \gamma_{r\theta} = 0$).

4.2.2 변형률-변위 관계식(기하학적 변형의 적합성)

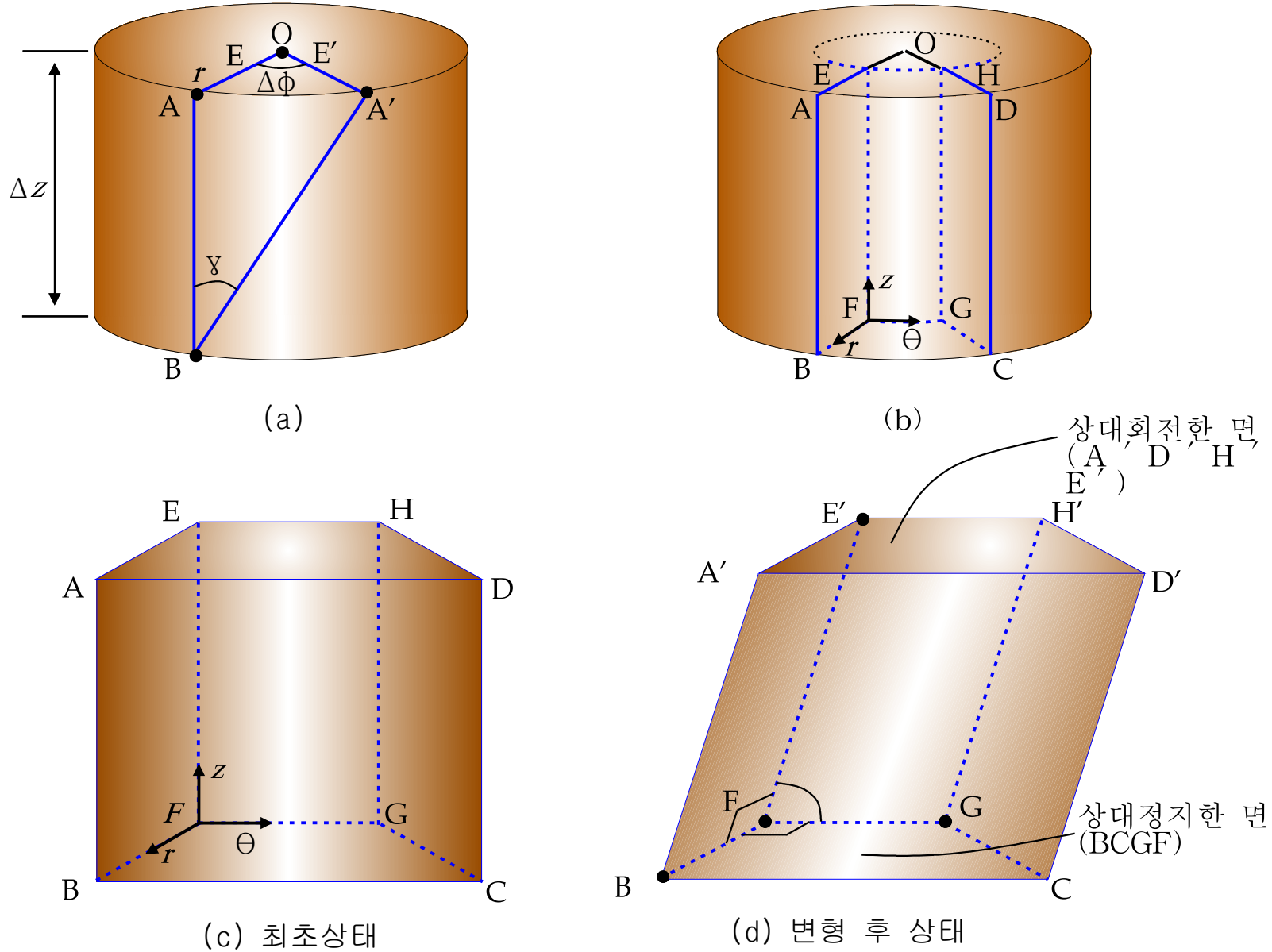


그림 4.2

$$\gamma = \frac{AA'}{AB} = \frac{r \Delta\phi}{\Delta z} = r \frac{d\phi}{dz}$$

(4.1)

r : 반경방향 좌표값

ϕ : 미소요소 dz 에서 단면의 비틀림각(rad)

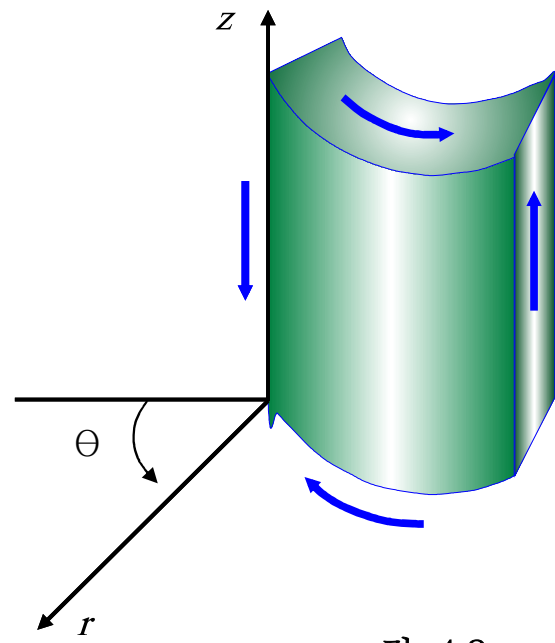
dz : 길이방향 미소요소

$\frac{d\phi}{dz}$: 비틀림률(단위길이당 단면 비틀림)

4.2.3 응력-변형률 관계식

$$\tau = G \cdot \gamma$$

(4.2)



$$\gamma_{z\theta} = \gamma$$

$$\tau_{\theta z} = \tau$$

그림 4.3

4.2.4 하중-응력 관계식

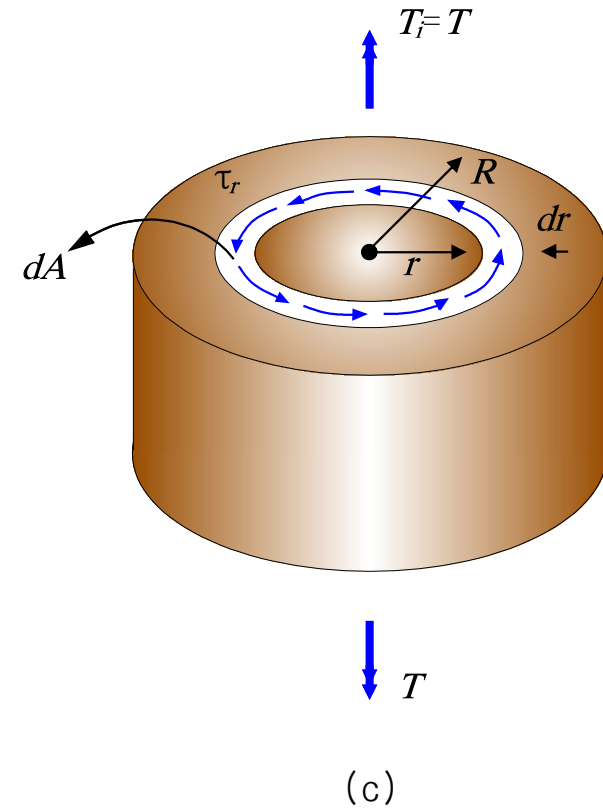
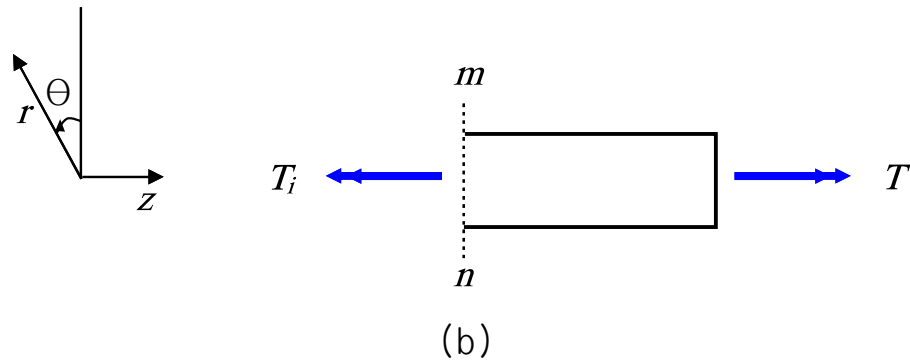
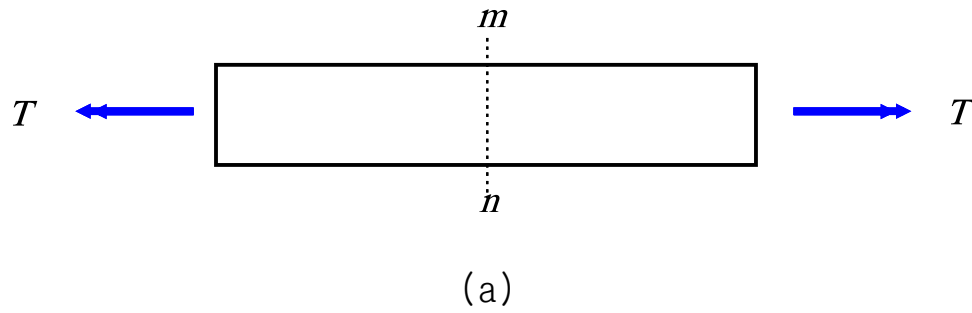


그림 4.4

■ 외력과 내력의 평형조건 : 그림 4.4(b)

$$\begin{aligned}\Sigma M_z &= T - T_i = 0 \\ \therefore T_i &= T\end{aligned}\tag{4.3}$$

$$T_i = \int_A r \cdot (\tau_r dA)\tag{4.4}$$

$$\tau_r = G \cdot r \frac{d\phi}{dz}\tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}T_i &= \frac{d\phi}{dz} G \int_A r^2 dA \\ &= \frac{d\phi}{dz} G \cdot I_z \\ &= \frac{d\phi}{dz} G \cdot I_p\end{aligned}\tag{4.6}$$

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T_i}{GI_p}\tag{4.7}$$

■ 하중-응력 관계식(응력-내력 관계 = 응력-외력 관계)

$$\tau_r = \frac{T_i \cdot r}{I_p} = \frac{T \cdot r}{I_p}$$

(4.8)

τ_r : 원형단면 반경 r 인 위치에서의 전단응력

T_i : 내력 비틀림모멘트

T : 외부하중인 비틀림모멘트

r : 구하고자 하는 전단응력이 위치한 반경방향 거리

I_p : 원형단면축의 극관성모멘트 $\left(I_p = \frac{\pi d^4}{32} \right)$

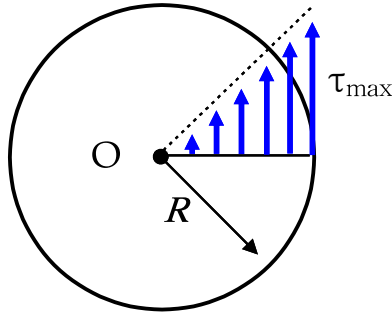
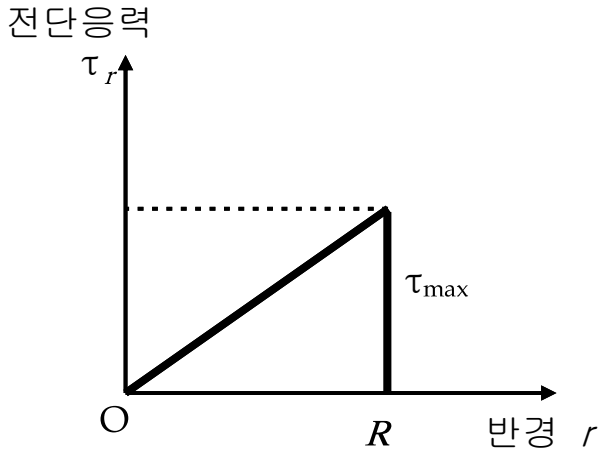


그림 4.5

$$\tau_{\max (r=R)} = \frac{T \cdot R}{I_p} = \frac{T}{I_p/R} = \frac{T}{Z_p} \quad (4.9)$$

$$Z_p = \frac{I_p}{R} \quad : \quad \text{극단면계수} \left(Z_p = \frac{\pi d^3}{16} \right)$$



4.2.5 하중-변위 관계식

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{T_i}{GI_p} = \frac{T}{GI_p} \quad (4.10)$$

$$\int d\phi = \int_0^L \frac{T}{GI_p} dz$$

$$\phi_L = \frac{TL}{GI_p} \quad (4.11)$$

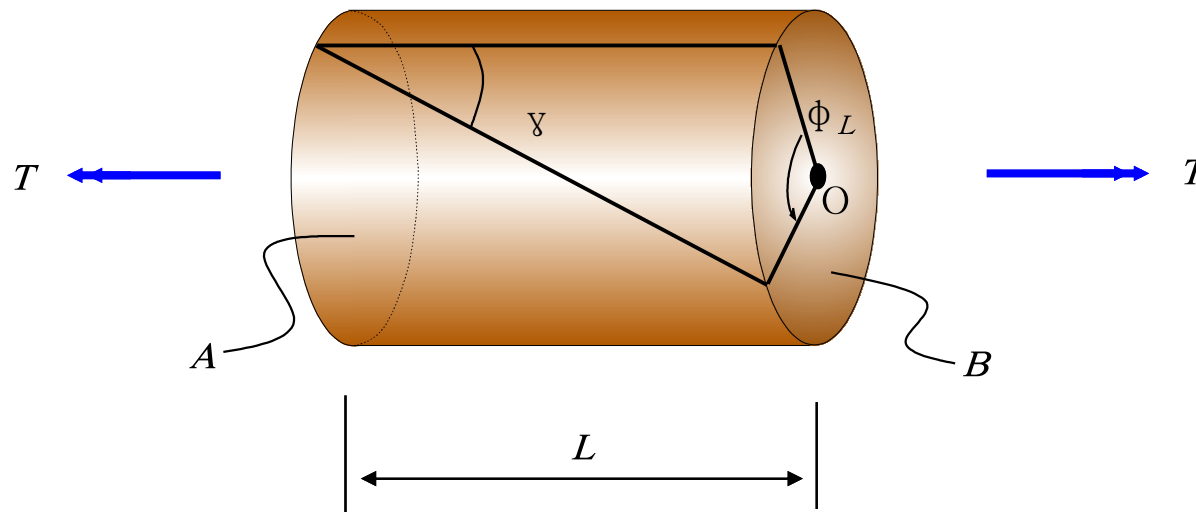


그림 4.6

4.2.6 원형단면축 설계응용

<동력의 단위> 와트(W) : $1\text{ W} = 1\text{ J/s} = 1\text{ N}\cdot\text{m/s}$

마력(PS) : $1\text{ PS} = 75\text{ kgf}\cdot\text{m/s}$

■ 회전 토크 $T(\text{N}\cdot\text{m})$, 회전수 $\omega(\text{rad/s})$ 와 전달동력 $P(\text{W})$ 와의 관계

$$\begin{aligned} P &= T(\text{N}\cdot\text{m}) \cdot \omega(\text{rad/s}) \\ &= T \cdot \omega(\text{W}) \end{aligned} \tag{4.12}$$

■ 전달동력 $P(\text{kW})$, 회전수 $N(\text{rpm})$ 과 회전 토크 $T(\text{kN}\cdot\text{m})$ 와의 관계

$$\begin{aligned} P &= T \cdot \omega \\ &= T \cdot \frac{2\pi N}{60} \quad (\text{kW}) \\ T &= \frac{60P}{2\pi N} \quad (\text{kN}\cdot\text{m}) \end{aligned} \tag{4.13}$$

■ 전달동력 P (PS), 회전수 N (rpm)과 회전토크 T (kgf·cm)와의 관계

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$$

$$P(\text{PS}) = P \times 75 \text{ kgf} \cdot \text{m/s} = T \cdot \frac{2\pi N}{60} \text{ (rad/s)}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{60 \times 75}{2\pi N} P \text{ (kgf} \cdot \text{m)} \\ &= 71620 \frac{P}{N} \text{ (kgf} \cdot \text{cm)} \end{aligned} \tag{4.14}$$

4.3 사각단면축의 비틀림

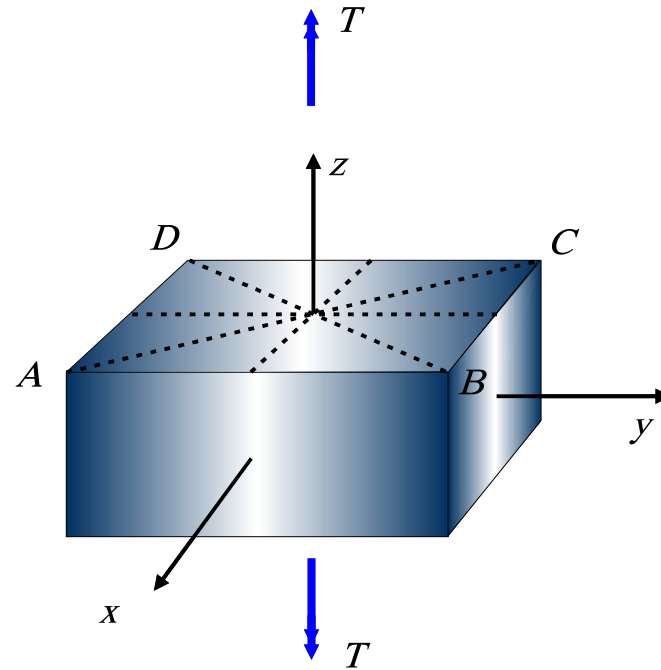


그림 4.12

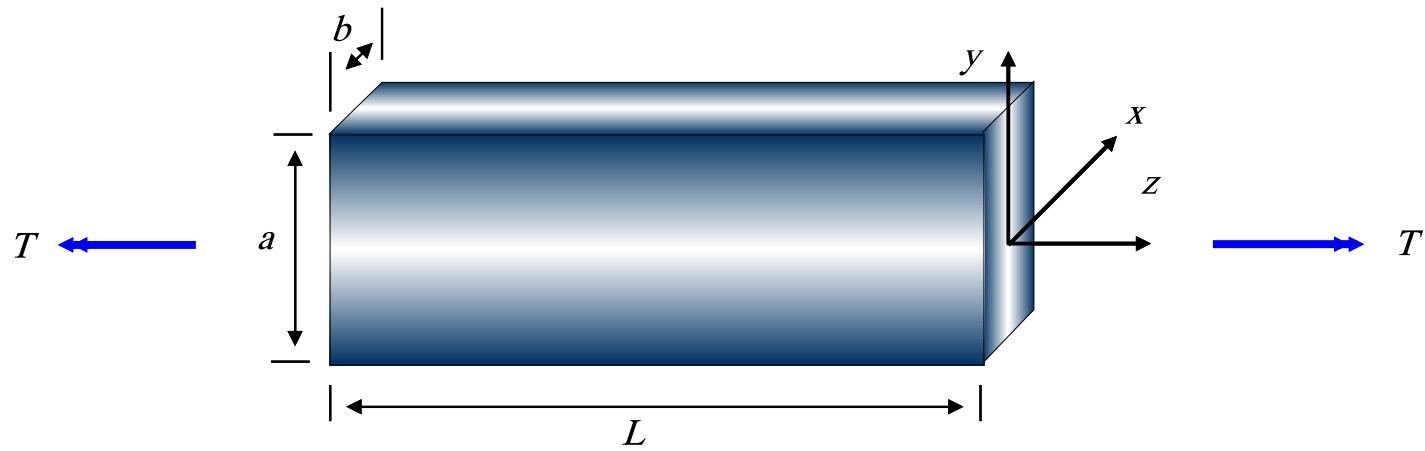


그림 4.13 $a \geq b$ 인 사각단면축에 비틀림하중이 작용

4.3.1 하중-응력 관계식

$$(\tau_{zy})_{\max} = \alpha \frac{T}{ab^2} \quad (4.15)$$

α : 표 4.1에서 a/b 에 의한 계수

a : 단면에서 긴 변

b : 단면에서 짧은 변

T : 비틀림하중

$(\tau_{zy})_{\max}$: 단면의 긴 변 중앙에서 발생한 응력

4.3.2 하중-변위 관계식

$$\phi = \frac{T \cdot L}{\beta G a b^3} \quad (4.16)$$

β : 표 4.1에서 a/b 에 의한 계수

a : 단면에서 긴 변

b : 단면에서 짧은 변

G : 횡탄성계수

T : 비틀림하중

L : 사각단면축의 길이

ϕ : 길이 L 에서의 단면의 총 비틀림각

표 4.1 사각단면축의 비틀림에 관한 계수

a/b	α	β
1	4.81	0.141
1.5	4.33	0.196
2	4.06	0.229
3	3.74	0.263
5	3.44	0.291
10	3.20	0.312

4.4 두께가 얇은 관의 비틀림

4.4.1 하중과 형상에 따른 모델링

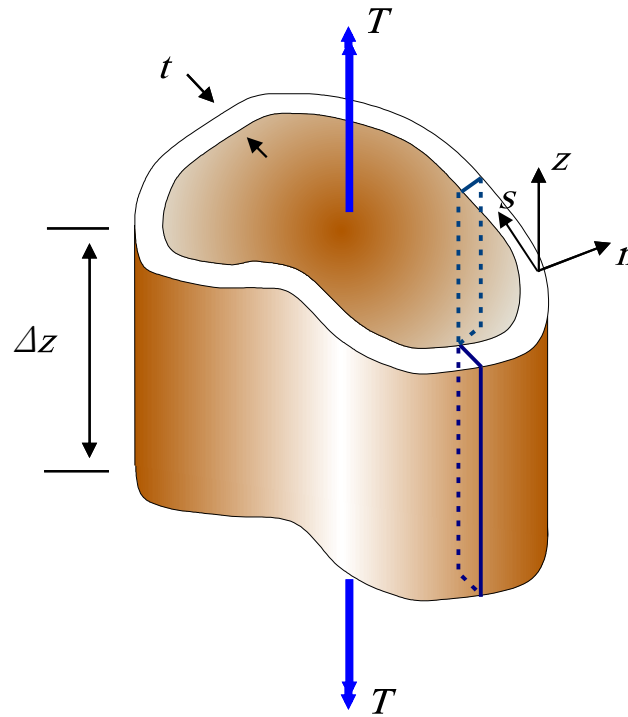


그림 4.14

가정

- ① 관의 두께 t 는 둘레를 따라 변화하지만 단면에 비하여 충분히 작아 두께의 안쪽지점과 바깥쪽 지점과의 전단응력 분포변화는 무시할 수 있다.

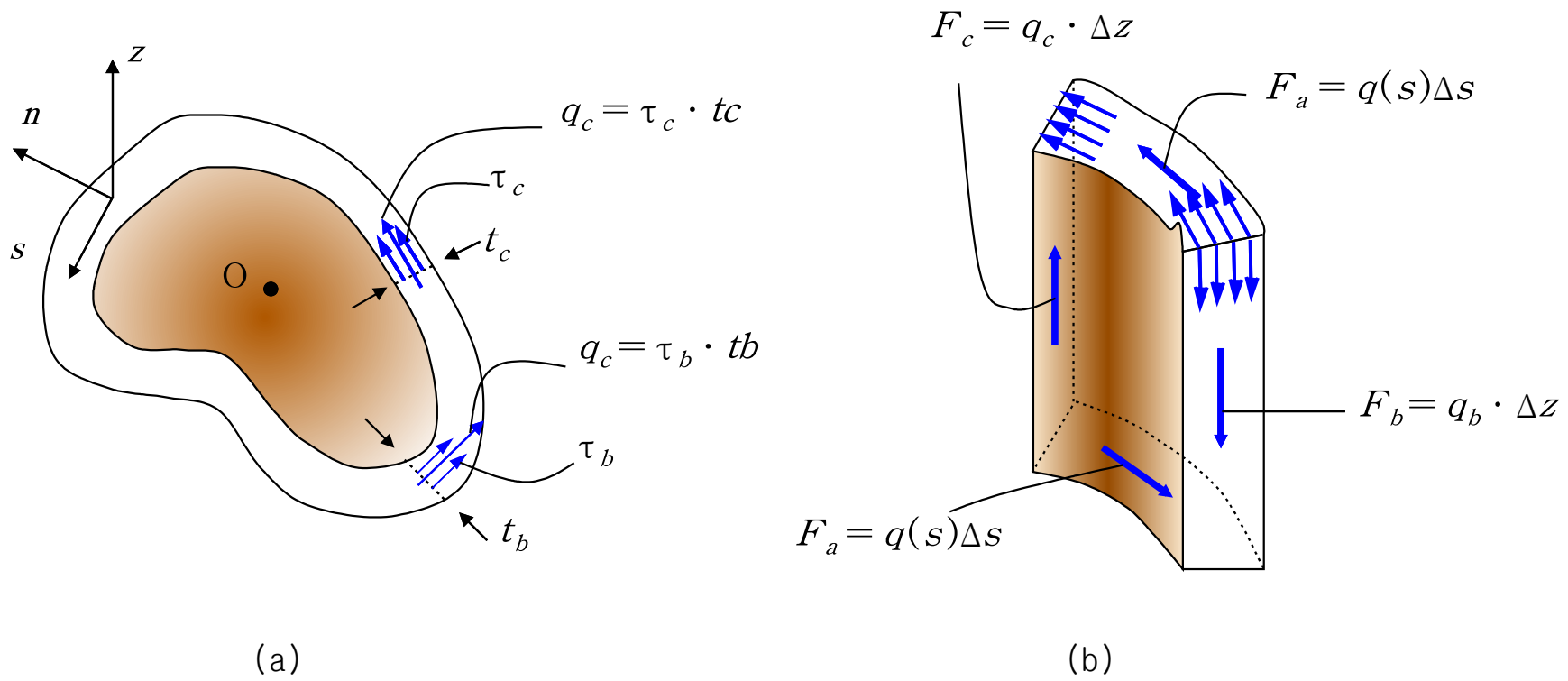


그림 4.15

4.4.2 전단류와 내력-응력 평형조건

■ 힘평형조건

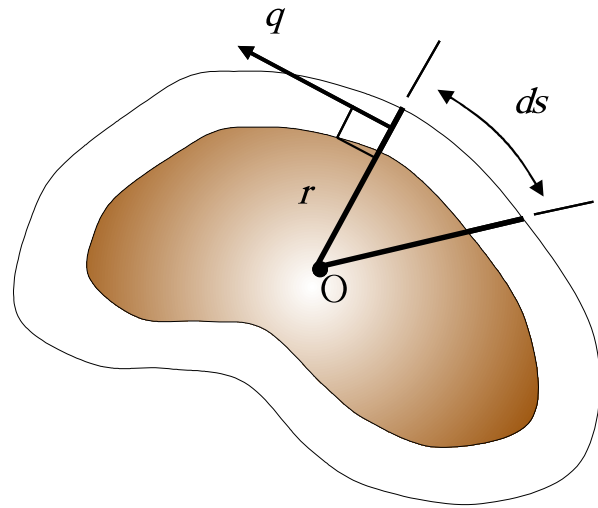
$$\begin{aligned}\sum F_z = F_c - F_b = q_c \Delta z - q_b \Delta z &= 0 \\ q_b &= q_c\end{aligned}\tag{4.17}$$

■ 내력과 응력의 평형조건

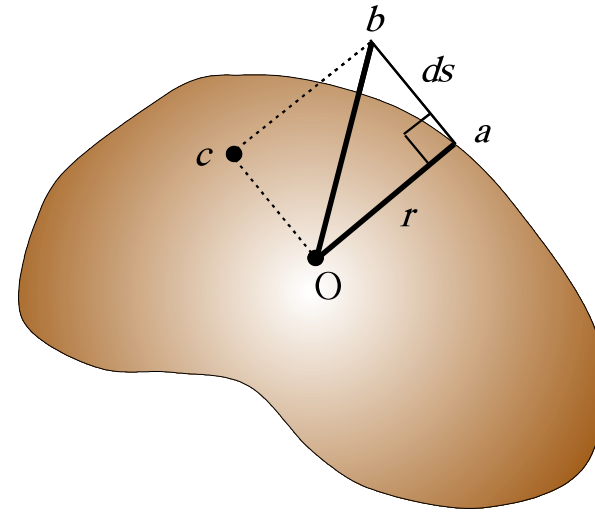
$$\begin{aligned}q_c = \tau_c t_c = q_b = \tau_b t_b \\ q = \tau t = \text{일정}\end{aligned}\tag{4.18}$$

(전단류의 단위 : 단위길이당 힘(N/m))

4.4.3 하중-응력 관계식



(a)



(b)

그림 4.16



■ 외력과 내력의 평형조건

$$\begin{aligned} T &= \int r q ds \\ &= q \int r ds \end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned} T &= q \cdot 2A \\ &= 2 \tau t A \end{aligned} \tag{4.20}$$

■ 하중-응력 관계식(응력-외력 관계)

$$\tau = \frac{T}{2At} \tag{4.21}$$

τ : 구하고자 하는 임의지점에서 응력

T : 외력 모멘트(외부하중)

A : 관의 폐곡선 내부면적

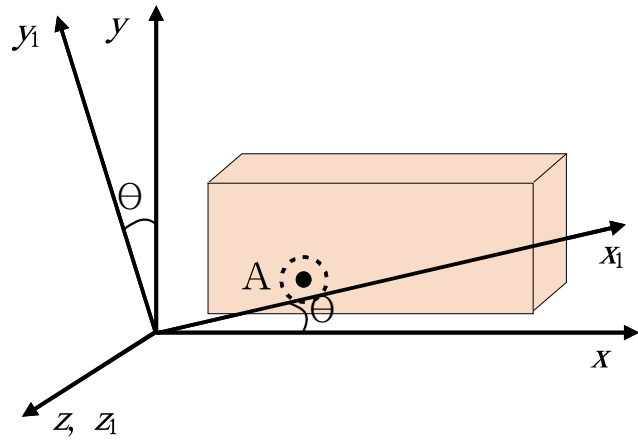
t : 구하고자 하는 임의지점에서의 관두께



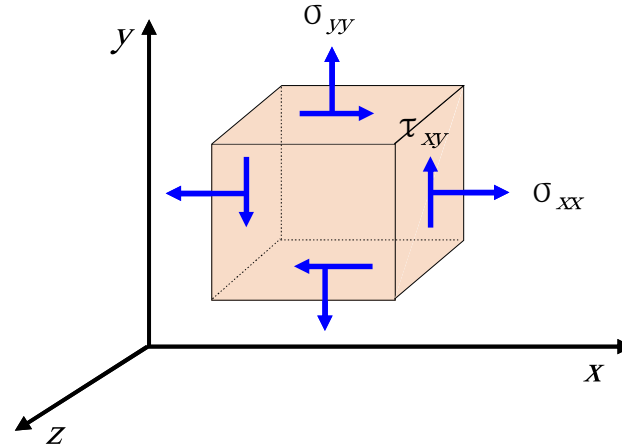
제 5 장 응력과 변형률의 분석

5.1 서론

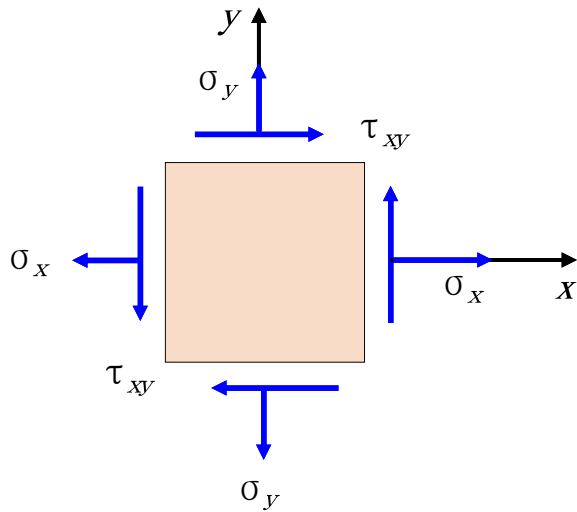
- * 응력요소(stress elements) 표현
 - * 응력의 부호규약(2.3.3절 참조)
 - * 평면응력과 평면변형률
 - * 주응력(principal stresses)과 주평면(principal plane)
 - * 최대전단응력
 - * Mohr 원에서 전단응력의 부호규약
 - * Mohr 원 그리는 방법과 Mohr 원의 의미해석
 - * 공액전단응력에 관한 정리
 - * 변형률의 측정과 스트레인 로제트
 - * 파손이론과 파손조건
-



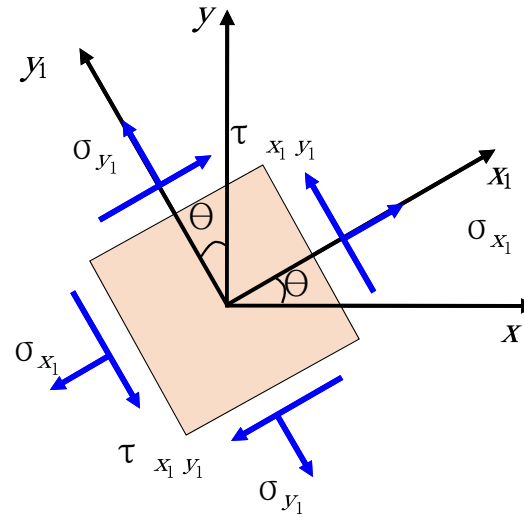
(a)



(b) xyz 좌표계에서 점 A 응력요소 표현



(c) xyz 좌표계에서 점 A 응력요소 표현
(평면응력요소 표현)



(d) x_1, y_1, z_1 좌표계에서 점 A 응력요소 표현
(평면요소 표현)

5.2 Mohr 원에 의한 도식적 응력분석

5.2.1 평면응력과 응력요소 표현

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_y \neq 0, \tau_{xy} \neq 0 \quad (5.1)$$

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x \neq 0, \varepsilon_y \neq 0, \varepsilon_z \neq 0, \gamma_{xy} \neq 0 \quad (5.2)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

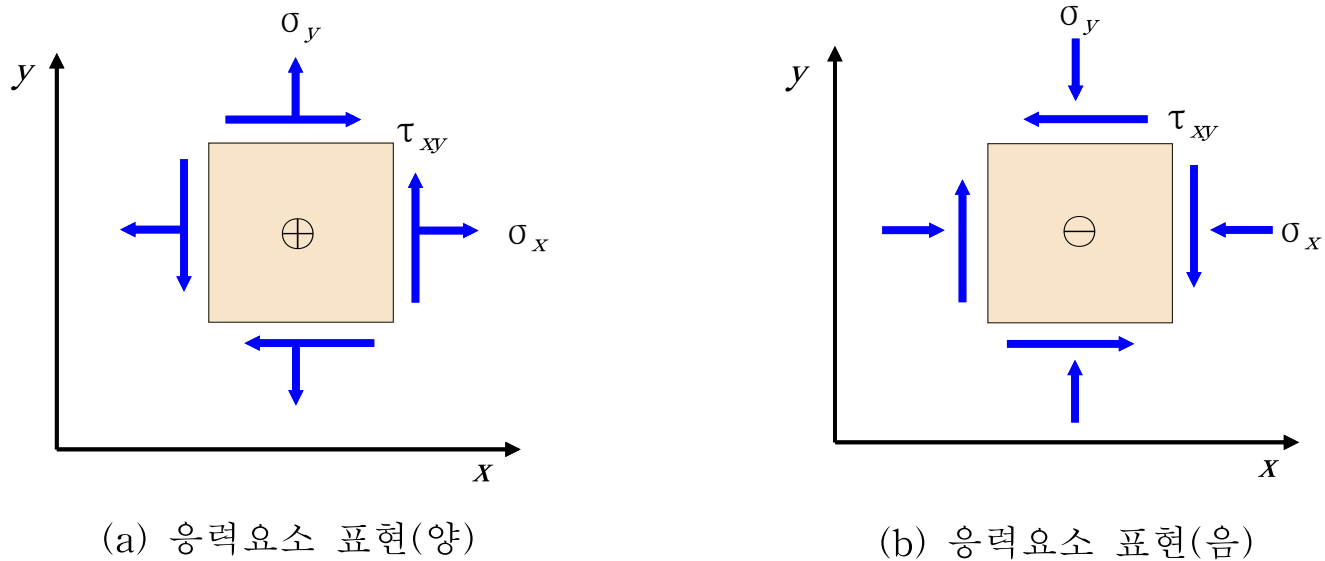
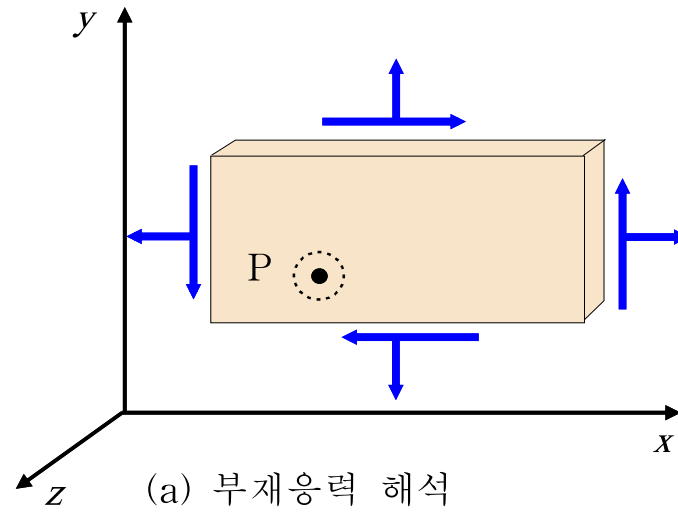


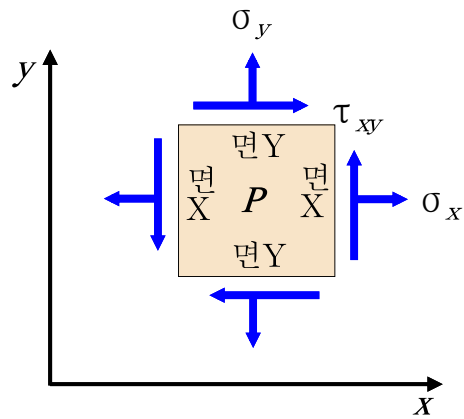
그림 5.2 평면응력의 응력요소 표현

5.2.2 평면응력의 Mohr 원

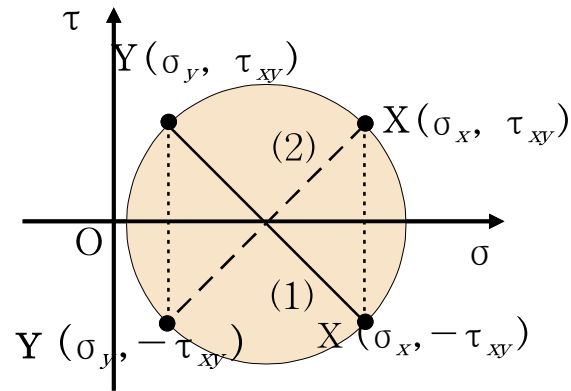


요소의 응력상태: $[\sigma_x > \sigma_y > 0, \tau_{xy} > 0]$
 면 X 위의 응력 상태 (σ_x, τ_{xy})
 면 Y 위의 응력 상태 (σ_y, τ_{xy})

Mohr 평면 위 점의 응력상태
 (1) 점 X $(\sigma_x, -\tau_{xy})$, 점 Y (σ_y, τ_{xy})
 (2) 점 X (σ_x, τ_{xy}) , 점 Y $(\sigma_x, -\tau_{xy})$



(b) 응력요소 표현(점 P)

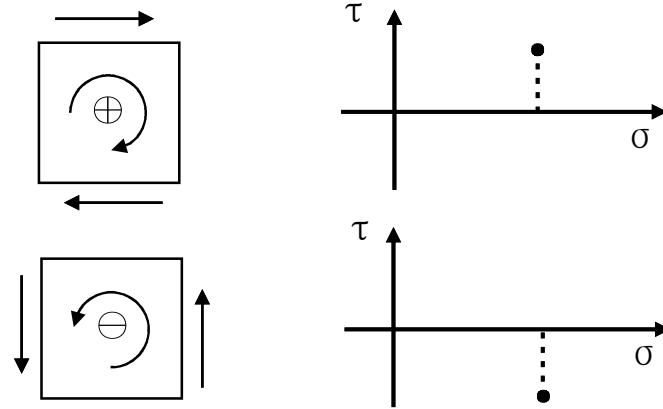


(c) Mohr 원

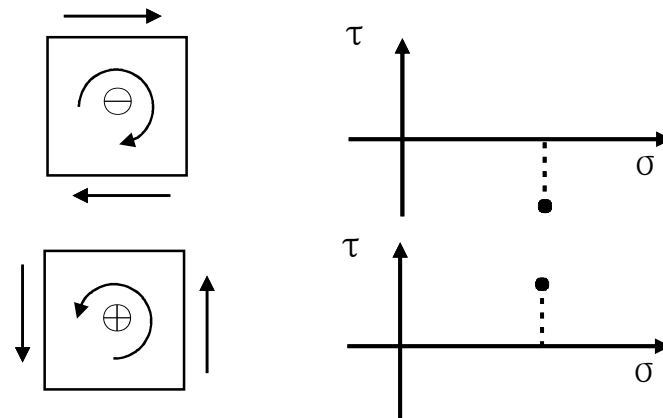
그림 5.3

표 5.1 Mohr원에서 전단응력의 부호규약

- 1) 요소 시계방향 회전 전단응력 ↔ Mohr 평면 양의 전단응력
 요소 반시계방향 회전 전단응력 ↔ Mohr 평면 음의 전단응력
 : 그림 5.3(c)의 (1) : 이 책에서 채택



- 2) 요소 시계방향 회전 전단응력 ↔ Mohr 평면 음의 전단응력
 요소 반시계방향 회전 전단응력 ↔ Mohr 평면 양의 전단응력
 : 그림 5.3(c)의 (2)



(1) Mohr 원 그리는 순서

표 5.2 Mohr 원 그리는 순서

1) Mohr 평면(σ - τ 좌표평면)을 그린다.

2) Mohr 평면 위에 점 A ($\sigma_x, 0$), 점 B ($\sigma_y, 0$), 점 C $\left[\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), 0\right]$,

점 X ($\sigma_x, -\tau_{xy}$), 점 Y (σ_y, τ_{xy})를 찍는다. 여기서 점 X, Y는 응력 요소에서 면 X, 면 Y에 각각 대응하는 응력상태를 나타내는 점들이다.

3) 점 X, 점 Y를 선분으로 잇는다. 선분 XY는 점 C를 통과하게 된다.

4) 선분 XY를 지름으로 하는 원을 그린다.

(선분 CX 또는 CY를 반지름으로 하는 원을 그려도 됨)

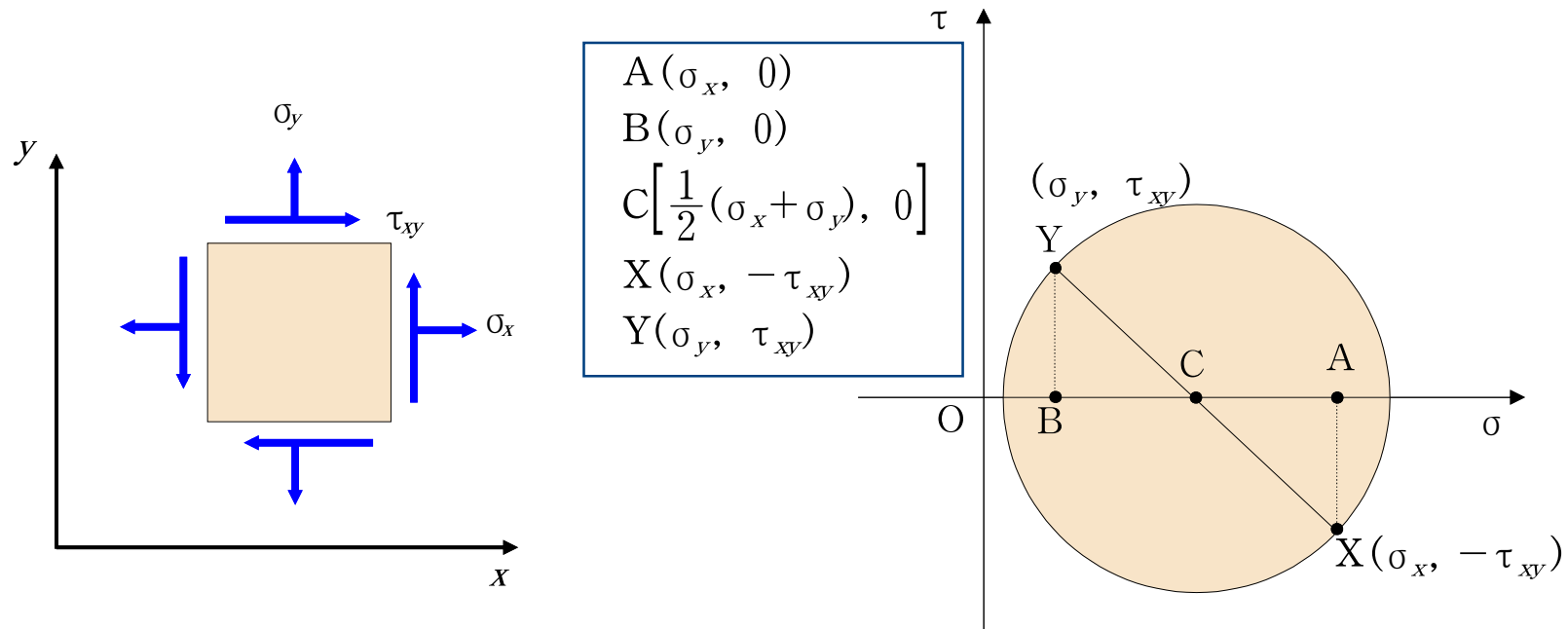


그림 5.4 Mohr원 그리는 순서에 따른 Mohr원

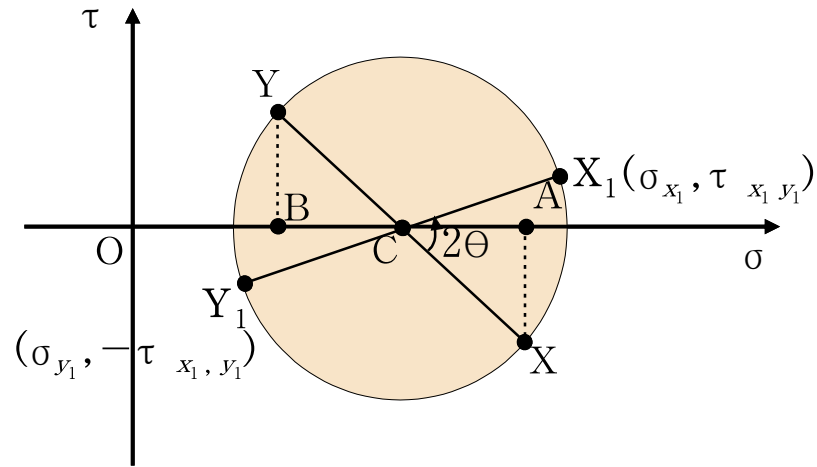
(2) Mohr원 의미 해석

표 5.3 Mohr원 의미 해석 중요점

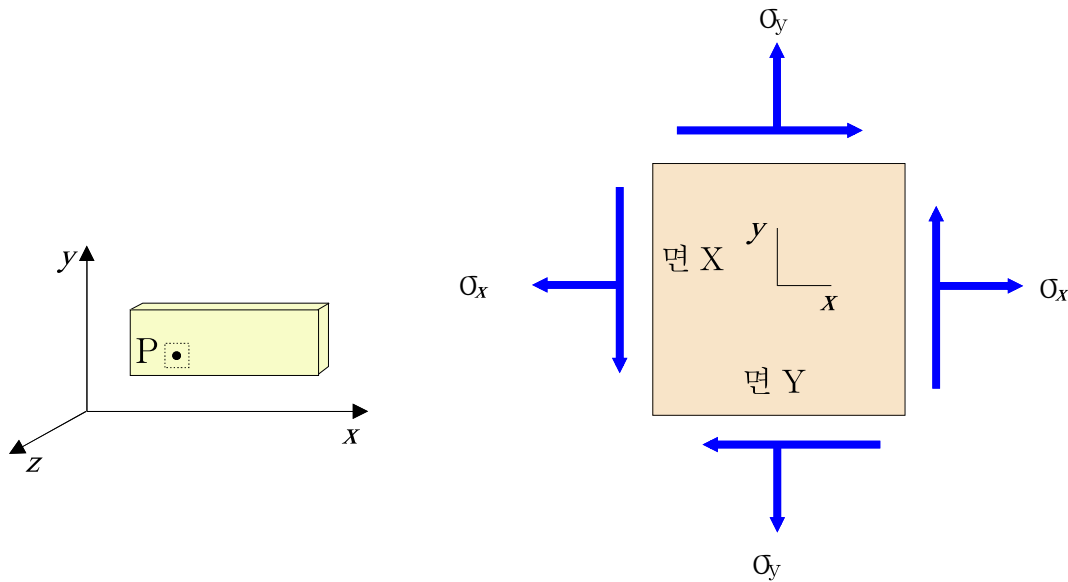
-
- 1) Mohr원에서 기준점(점 X , 점 Y)과 임의의 점(점 X_1 , 점 Y_1)과의 회전방향 및 각도,
그리고 실제 응력요소에서 대응관계 : 그림 5.5(a), (b), (c)
 - 2) 주응력(principal stresses)의 크기 및 방향과 응력요소로의 표현
 - 3) 최대전단응력(maximum shear stresses)의 크기 및 방향과 응력요소로의 표현
 - 4) Mohr원에서 임의의 점(점 $X_1 \sim Y_1$)의 응력의 크기 및 응력요소로의 표현
-

■ Mohr 원과 실제 응력요소와의 대응관계

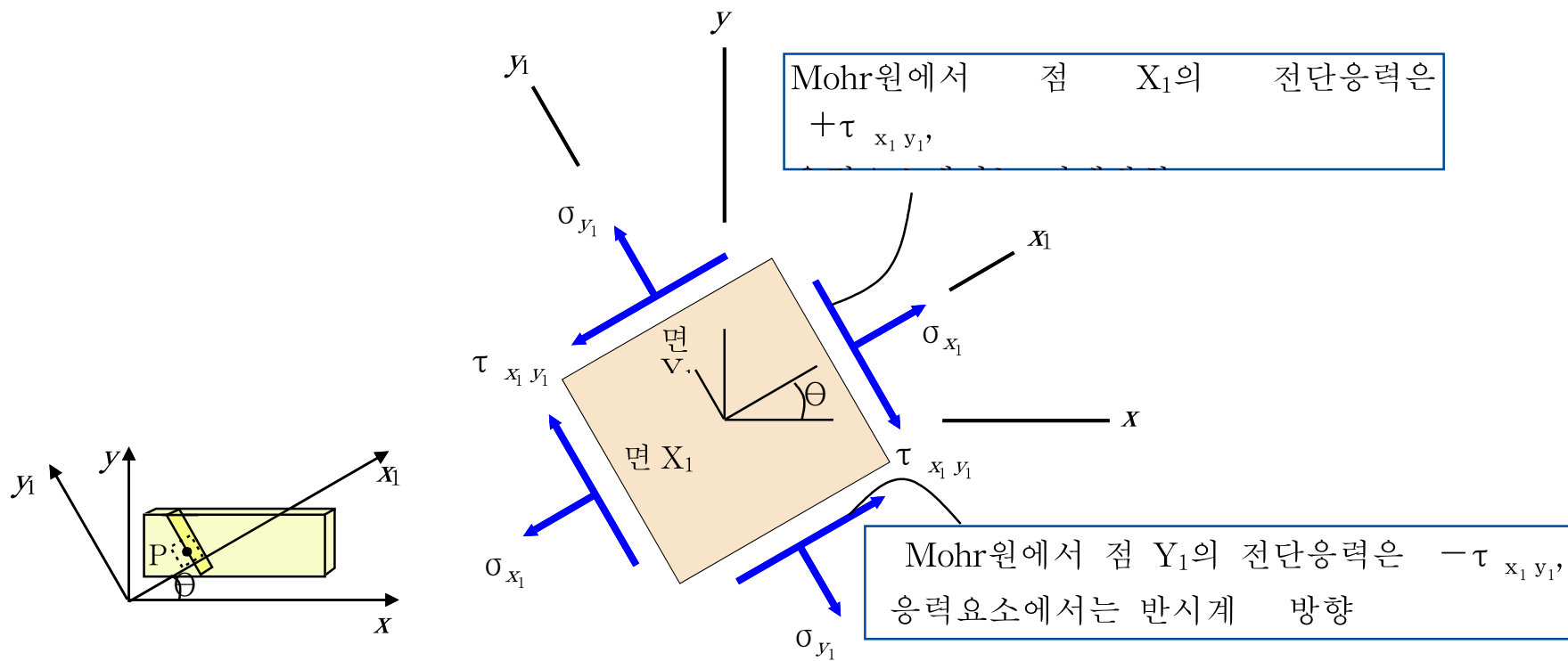
$$\begin{aligned}
 &A(\sigma_x, 0) \\
 &B(\sigma_y, 0) \\
 &C\left[\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), 0\right] \\
 &X(\sigma_x, -\tau_{xy}) \\
 &Y(\sigma_y, \tau_{xy})
 \end{aligned}$$



(a)



(b) Mohr 원 점 X-Y의 응력요소 표현



(c) 임의의 각도 θ 만큼 반시계방향으로 회전된 좌표계에서 응력요소 표현

그림 5.5 Mohr원과 실제 응력요소와의 대응관계

■ 주응력의 크기 및 방향과 응력요소상태

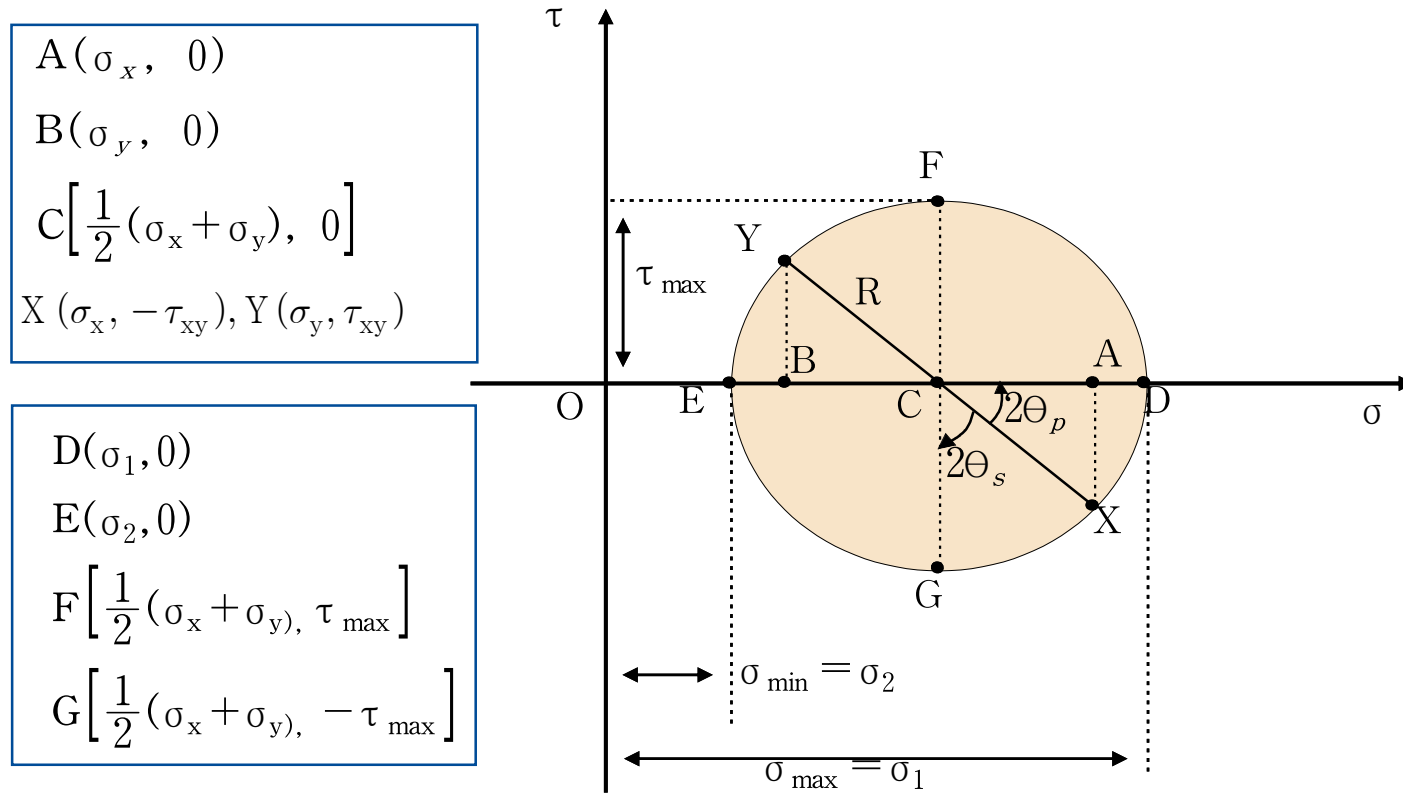


그림 5.6 주응력, 최대전단응력의 크기 및 방향

$$\begin{aligned}
\sigma_{1,2} &= \overline{OC} \pm \overline{CD} = \overline{OC} \pm \overline{CX} \\
&= \overline{OC} \pm \sqrt{(\overline{CA})^2 + (\overline{AX})^2}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned}
R &= \overline{CD} = \overline{CX} = \overline{CE} = \sqrt{(\overline{CA})^2 + (\overline{AX})^2} \\
\overline{OC} &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), \quad \overline{CA} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \\
\overline{AX} &= \tau_{xy}
\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + [\tau_{xy}]^2} \\
\sigma_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + [\tau_{xy}]^2}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{\overline{AX}}{\overline{CA}} = \left[\frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)} \right] \tag{5.6}$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)} \right] \tag{5.7}$$

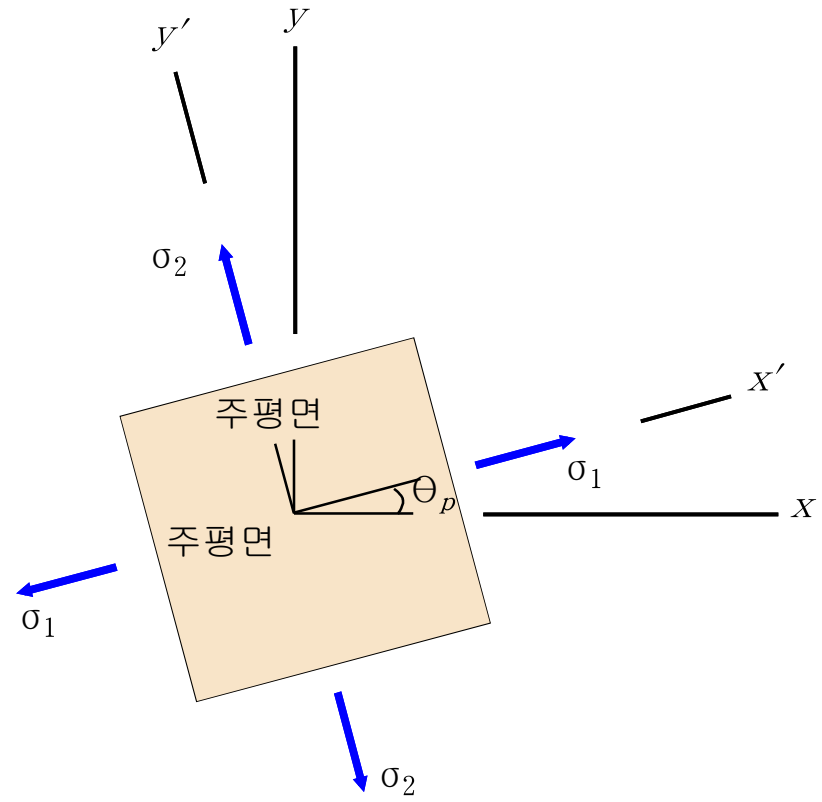
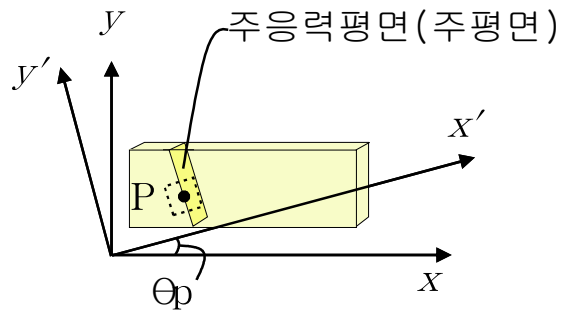
■ 최대전단응력의 크기 및 방향과 응력요소상태

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \overline{CF} = R \\ \tau_{\max} &= \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + [\tau_{xy}]^2}\end{aligned}\tag{5.8}$$

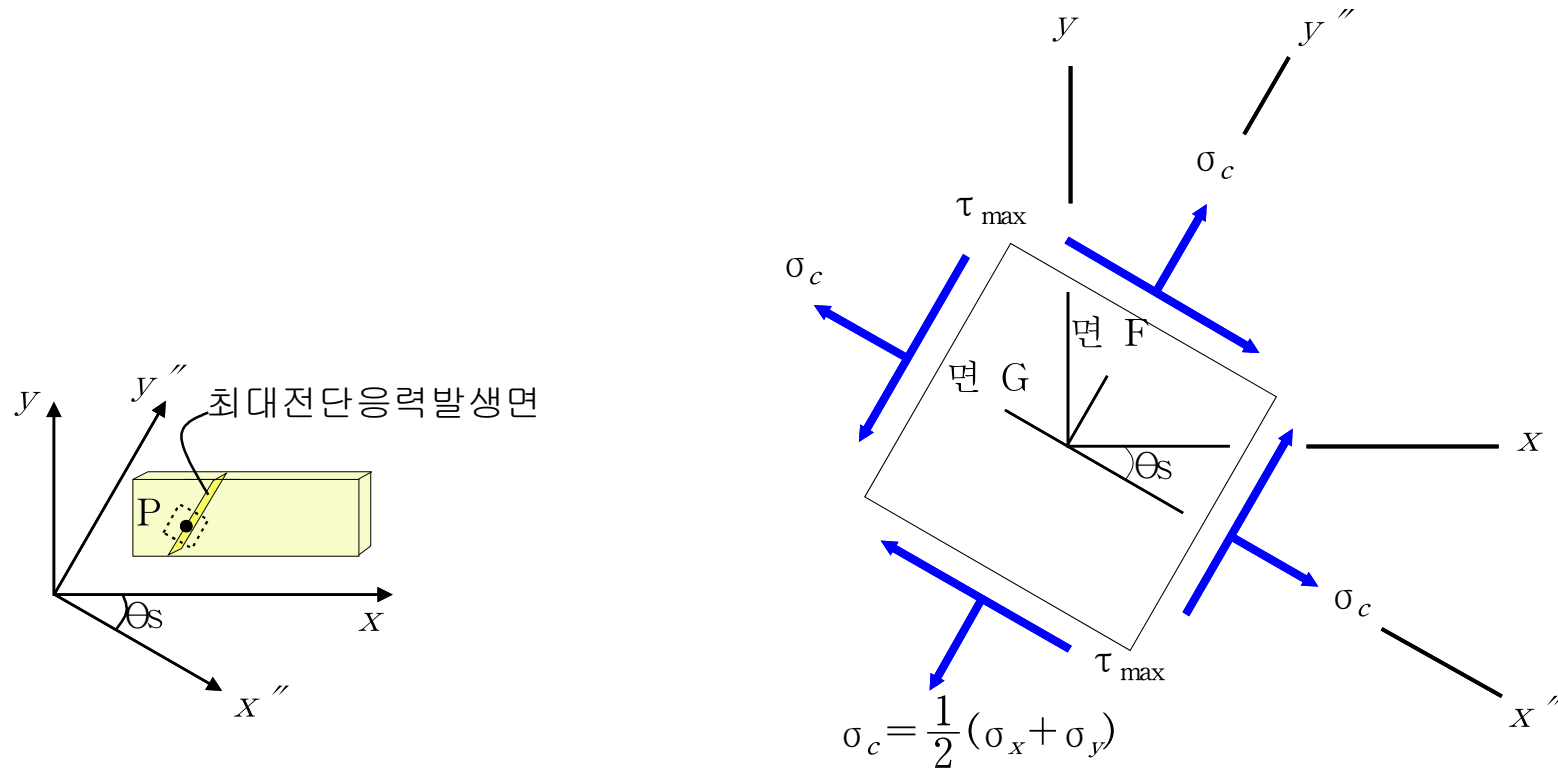
$$\begin{aligned}2\theta_s &= \frac{\pi}{2} \pm 2\theta_p \text{ (점 F, G)} \\ \theta_s &= \frac{\pi}{4} \pm \theta_p\end{aligned}\tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \overline{OC} \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\end{aligned}\tag{5.10}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\tag{5.11}$$



(a) 주응력 발생면의 응력요소 표현



(b) 최대전단응력 발생면의 응력요소 표현

그림 5.7 주응력, 최대전단응력의 응력요소 표현

■ Mohr 원에서 임의의 점(점 X1-Y1)의 응력크기

$$\begin{aligned}
 &A(\sigma_x, 0) \\
 &B(\sigma_y, 0) \\
 &C\left[\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), 0\right] \\
 &X(\sigma_x, -\tau_{xy}) \\
 &Y(\sigma_x, \tau_{xy})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &X_1(\sigma_{x_1}, \tau_{x_1 y_1}) \\
 &Y_1(\sigma_{y_1}, -\tau_{x_1 y_1})
 \end{aligned}$$

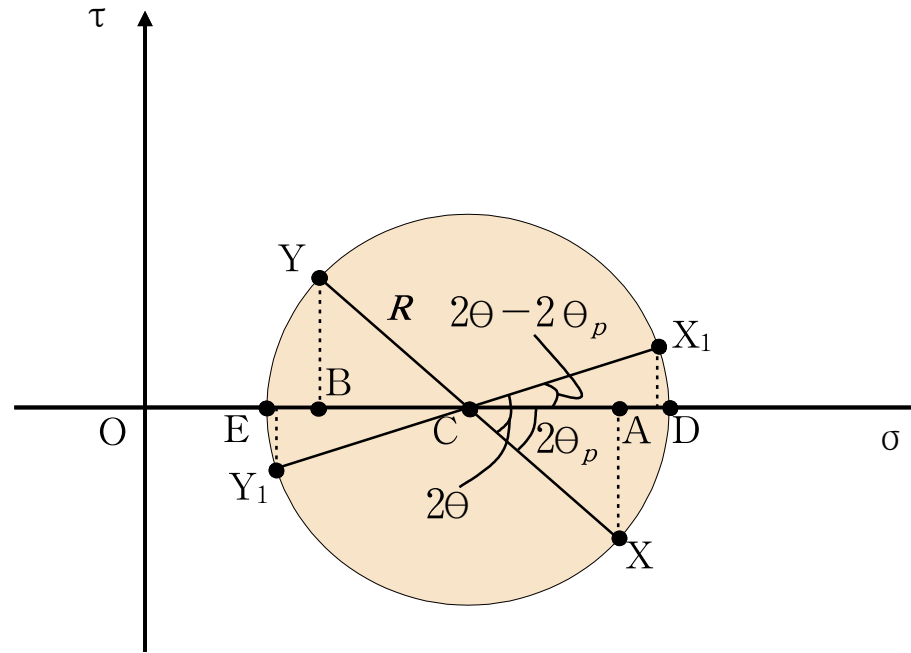


그림 5.8

$$\sigma_{x_1} = \overline{OC} + \overline{CX_1} \cos(2\theta - 2\theta_p) \tag{5.12}$$

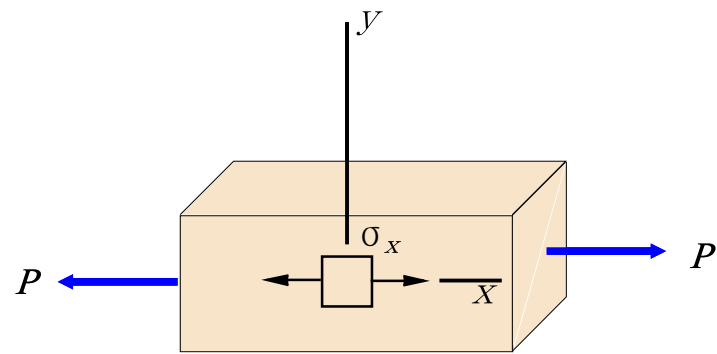
$$= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + R \cos(2\theta - 2\theta_p)$$

$$\tau_{x_1 y_1} = R \sin(2\theta - 2\theta_p) \text{ 여기서, } R = \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + [\tau_{xy}]^2}$$

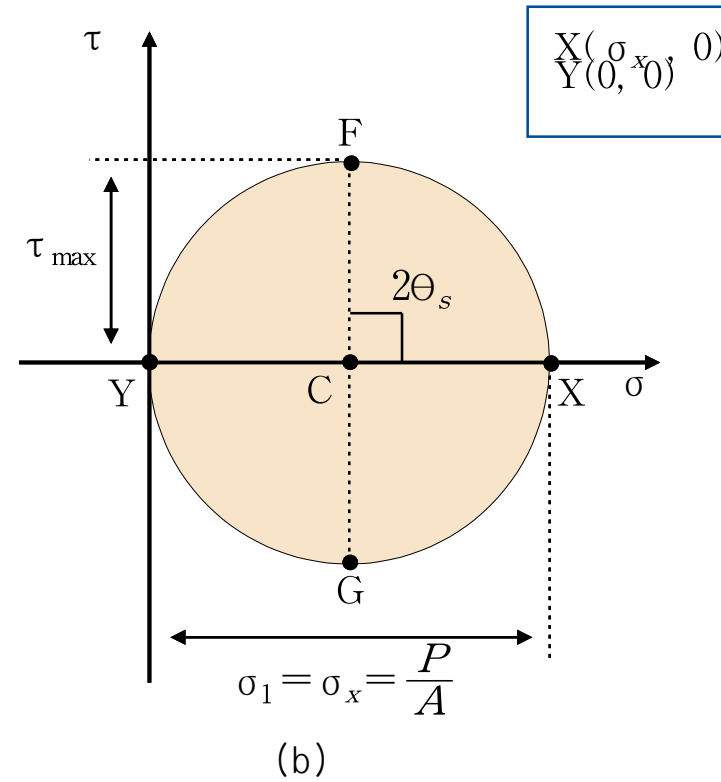
$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2} \sigma_{yp} \tag{5.13}$$

5.2.3 부재해석과 Mohr 원 응력분석 응용예

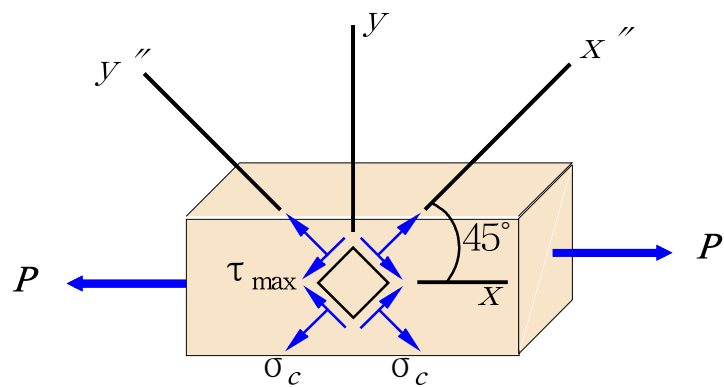
(1) 일축방향 인장하중



(a)



(b)

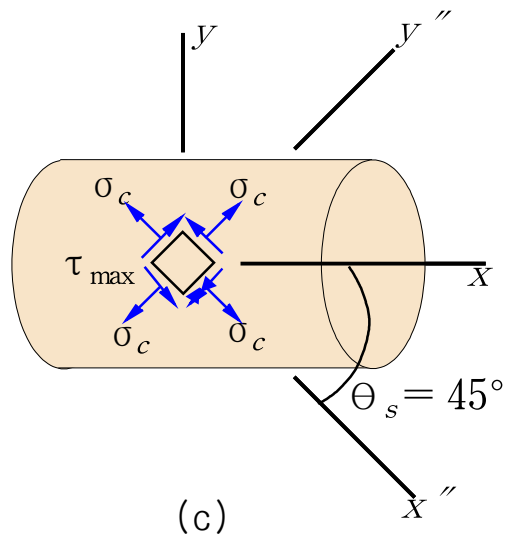
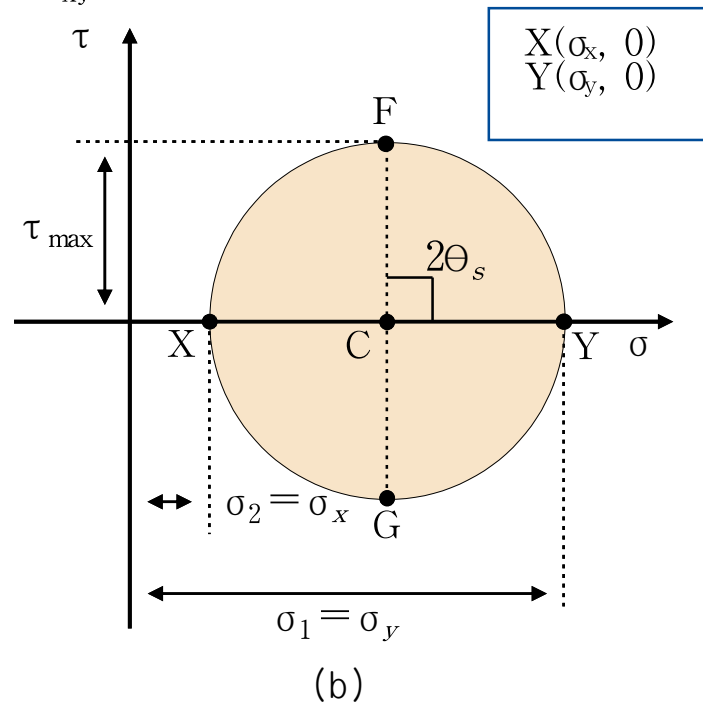
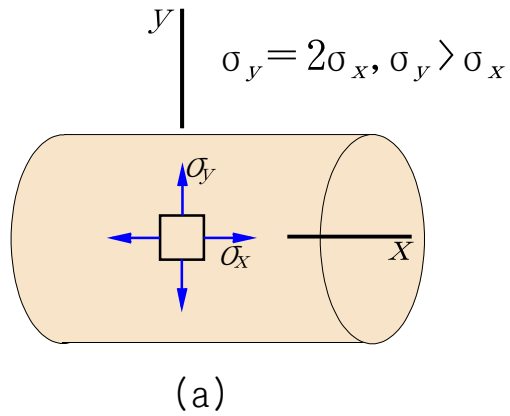


(c)

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x, \sigma_2 = 0 \\ \tau_{\max} &= R = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2}\sigma_x \\ \sigma_c &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}\sigma_x \end{aligned}$$

그림 5.14 일축방향 인장하중과 Mohr 원

(2) 이축방향 인장하중 $\sigma_x = \frac{Pr}{2t}$, $\sigma_y = \frac{Pr}{t}$, $\tau_{xy} = 0$



(3) 원형단면봉의 비틀림 $\sigma_x = \sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = \frac{Tr}{I_p}$

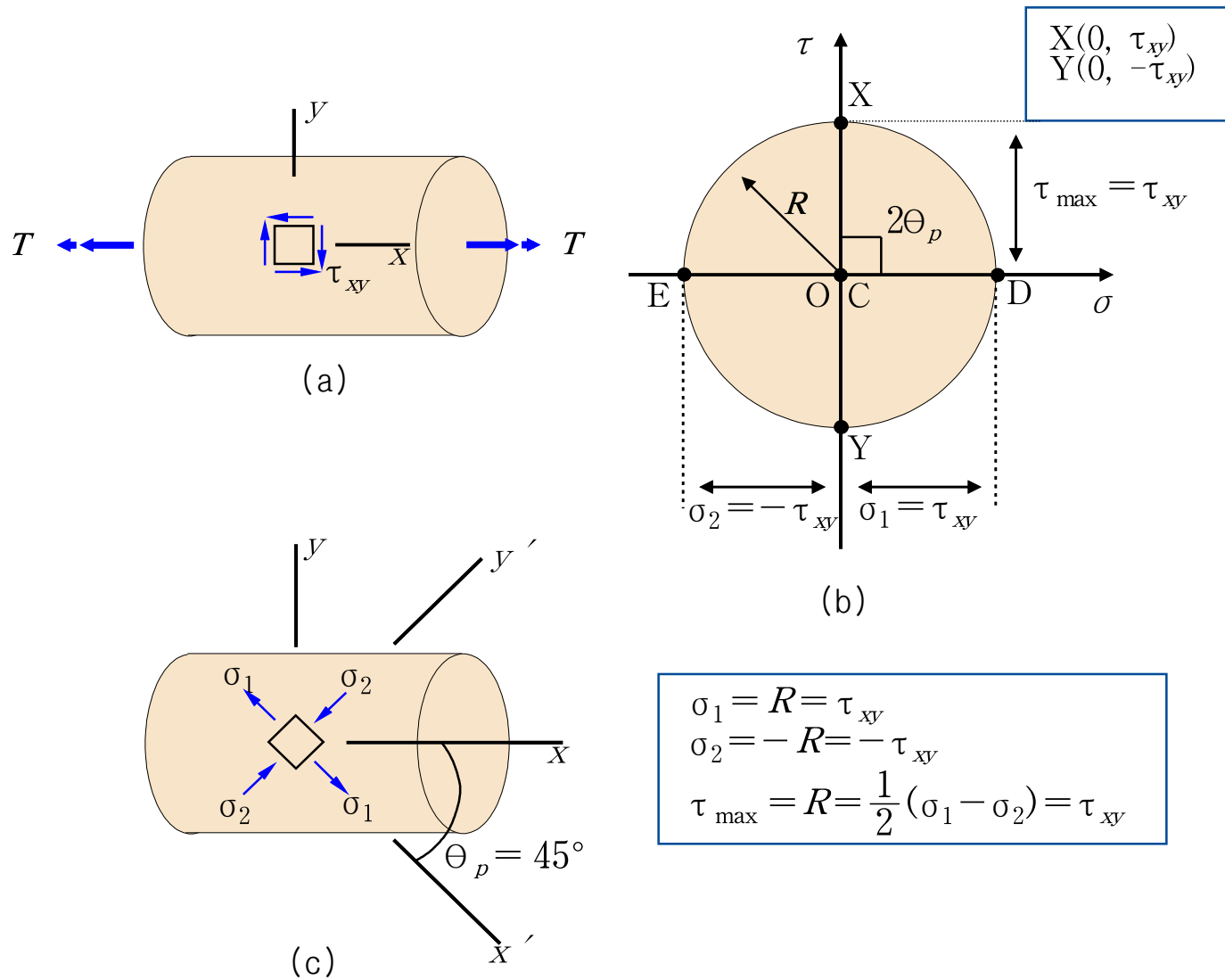


그림 5.18 원형단면봉 비틀림 응력분석

5.3 해석적 응력분석

5.3.1 부재 내부 임의의 미소요소의 평형

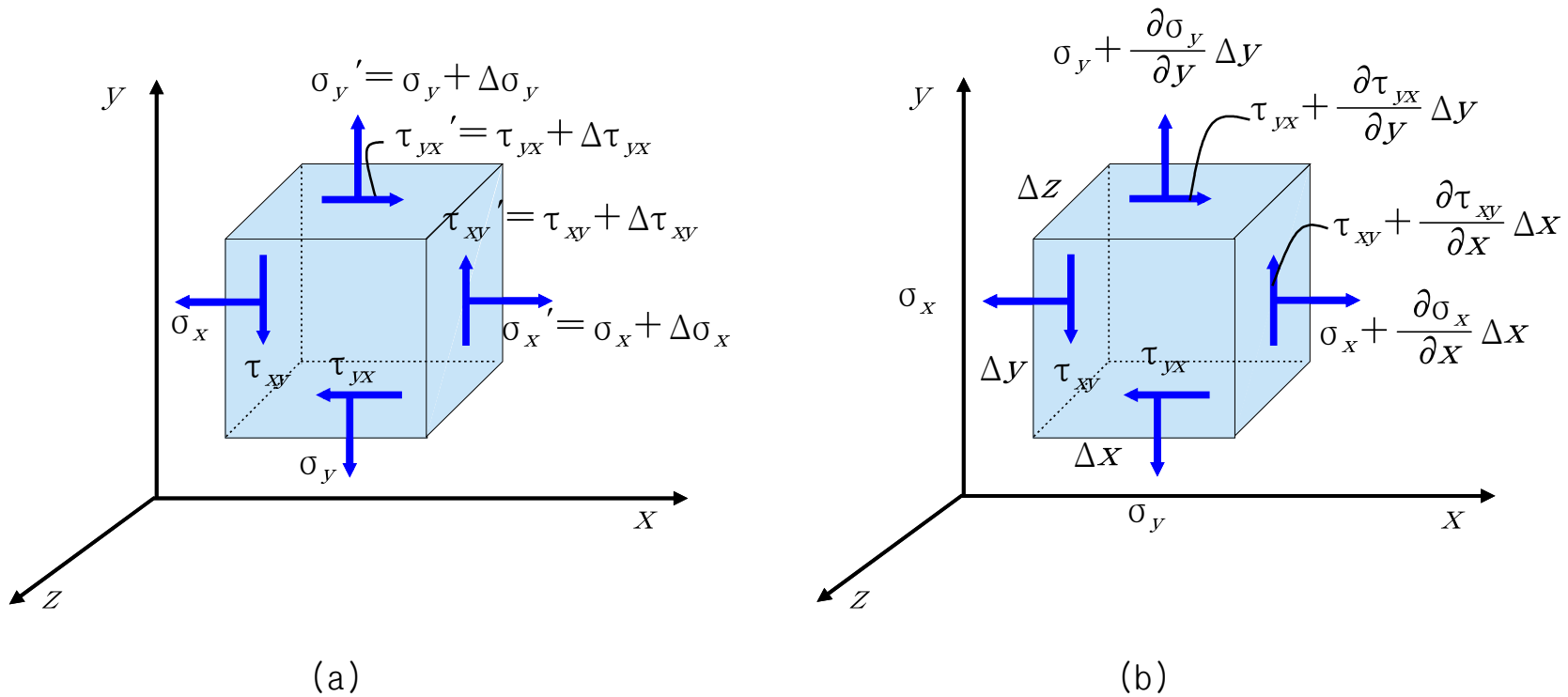


그림 5.19 정육면체 고립부에서 응력성분의 일반적 표현(평면응력에 대하여)

$$\begin{aligned}
\sigma_x' &= \sigma_x + \Delta\sigma_x = \sigma_x + \frac{\partial\sigma_x}{\partial X} \Delta X \\
\tau_{xy}' &= \tau_{xy} + \Delta\tau_{xy} = \tau_{xy} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial X} \Delta X \\
\sigma_y' &= \sigma_y + \Delta\sigma_y = \sigma_y + \frac{\partial\sigma_y}{\partial Y} \Delta Y \\
\tau_{yx}' &= \tau_{yx} + \Delta\tau_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial Y} \Delta Y
\end{aligned}
\tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M &= (\tau_{xy}\Delta Y\Delta Z)\frac{\Delta X}{2} + \left[\left(\tau_{xy} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial X} \Delta X \right) \Delta Y\Delta Z \right] \frac{\Delta X}{2} \\
&\quad - (\tau_{yx}\Delta X\Delta Z)\frac{\Delta Y}{2} - \left[\left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial Y} \Delta Y \right) \Delta X\Delta Z \right] \frac{\Delta Y}{2} = 0
\end{aligned}
\tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma F_x &= \left(\sigma_x + \frac{\partial\sigma_x}{\partial X} \Delta X \right) \Delta Y\Delta Z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial Y} \Delta Y \right) \Delta X\Delta Z \\
&\quad - \sigma_x \Delta Y\Delta Z - \tau_{yx} \Delta X\Delta Z = 0
\end{aligned}
\tag{5.16}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= \left(\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \\ &\quad - \sigma_y \Delta x \Delta z - \tau_{xy} \Delta y \Delta z = 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} = 0 \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

(5.20)

5.3.2 요소의 평형조건에 의한 응력변환

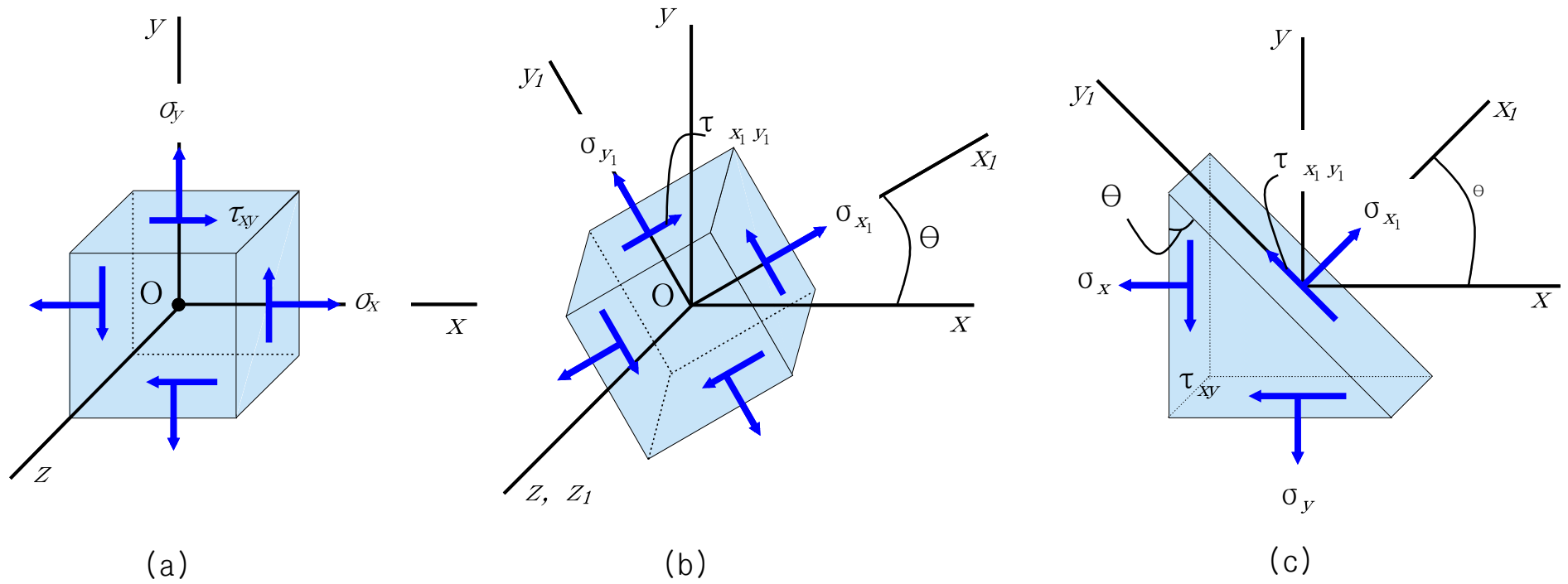
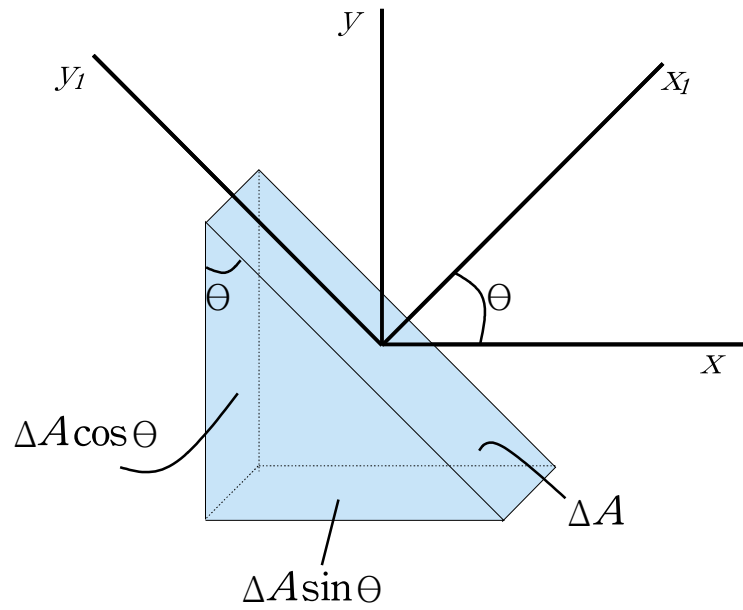
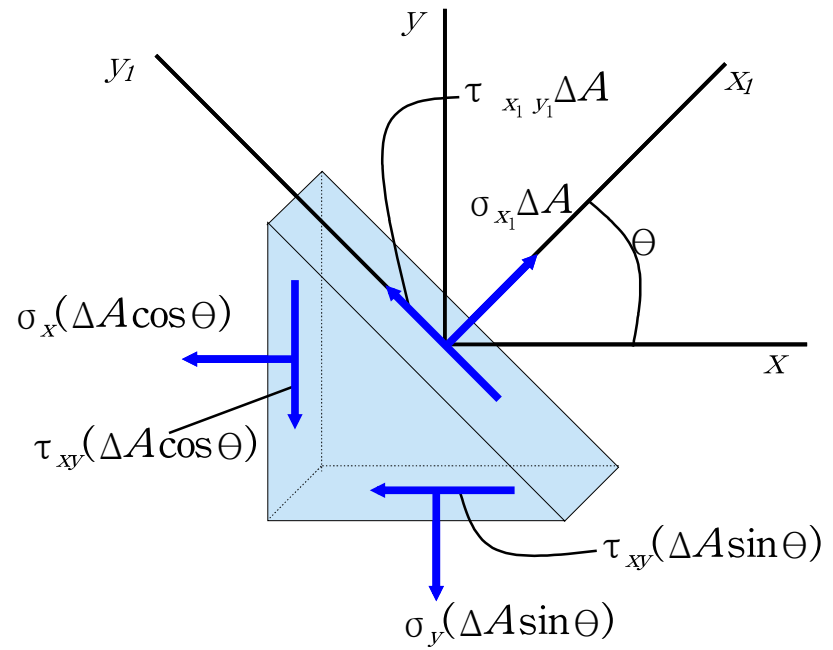


그림 5.20



(a)



(b)

그림 5.21

$$\begin{aligned}\Sigma F_{x_1} &= \sigma_{x_1} \Delta A - \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \cos \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \sin \theta \\ &\quad - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \cos \theta = 0\end{aligned}\tag{5.21}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_{y_1} &= \tau_{x_1 y_1} \Delta A + \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \cos \theta \\ &\quad - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \cos \theta + \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \sin \theta = 0\end{aligned}$$

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta\tag{5.22}$$

$$\tau_{x_1 y_1} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\tag{5.23}$$

$$\sigma_{y_1} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta\tag{5.24}$$

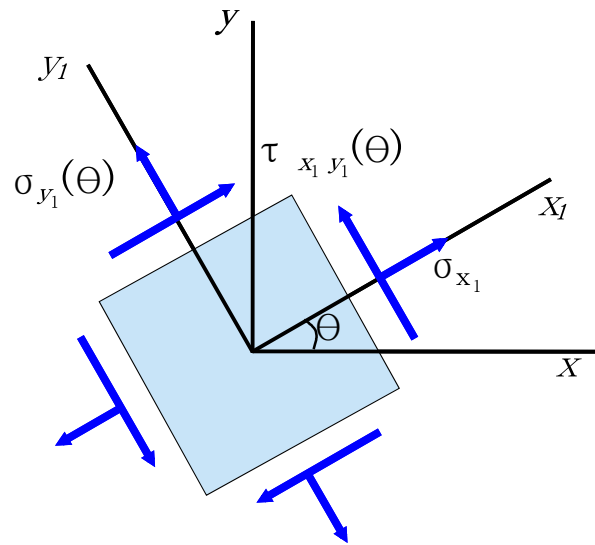
$$\tau_{y_1 x_1} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \tau_{x_1 y_1}\tag{5.25}$$

$$\sigma_{x_1 (\theta+90^\circ)} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta\tag{5.26}$$

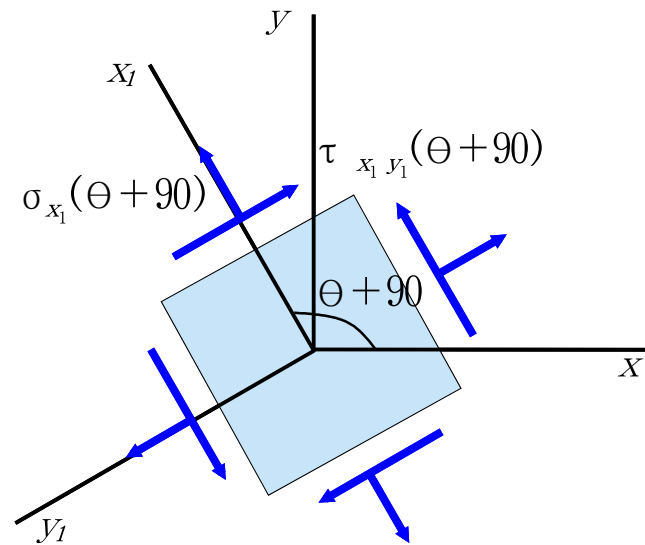
$$\tau_{x_1 y_1 (\theta+90^\circ)} = (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta - \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\tag{5.27}$$

$$\sigma_{y_1 (\theta)} = \sigma_{x_1 (\theta+90^\circ)}\tag{5.28}$$

$$\tau_{x_1 y_1 (\theta)} = -\tau_{x_1 y_1 (\theta+90^\circ)}$$



(a) x_1 - y_1 축에 대한 양의 전단응력



(b) x_1 - y_1 축에 대한 음의 전단응력

그림 5.22

$$\frac{d\sigma_{x_1}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

$$\therefore \tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (5.29)$$

$$\frac{d\tau_{x_1 y_1}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta - 2\tau_{xy}\sin 2\theta = 0$$

$$\therefore \tan 2\theta_s = \frac{-(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \quad (5.30)$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{1}{\tan 2\theta_p} = -\cot 2\theta_p \quad (5.31)$$

삼각함수에서 $\tan(\alpha \pm 90^\circ) = -\cot \alpha$ 이므로 $\alpha = 2\theta_p$ 라면

$$2\theta_s = 2\theta_p \pm 90^\circ$$

$$\theta_s = \theta_p \pm 45^\circ$$

5.3.3 Mohr 원과의 관계

$$\begin{aligned}\cos^2\theta &= \frac{1 + \cos 2\theta}{2}, \quad \sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \\ \cos^2\theta - \sin^2\theta &= \cos 2\theta, \quad 2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta\end{aligned}\tag{5.32}$$

$$\sigma_{x_1} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta\tag{5.33}$$

$$\tau_{x_1 y_1} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta\tag{5.34}$$

$$\left[\sigma_{x_1} - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right]^2 + \tau_{x_1 y_1}^2 = \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + \tau_{xy}^2\tag{5.35}$$

$$\sigma_c = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\tag{5.36}$$

$$R = \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2 + [\tau_{xy}]^2}$$

$$(\sigma_{x_1} - \sigma_c)^2 + \tau_{x_1 y_1}^2 = R^2\tag{5.37}$$

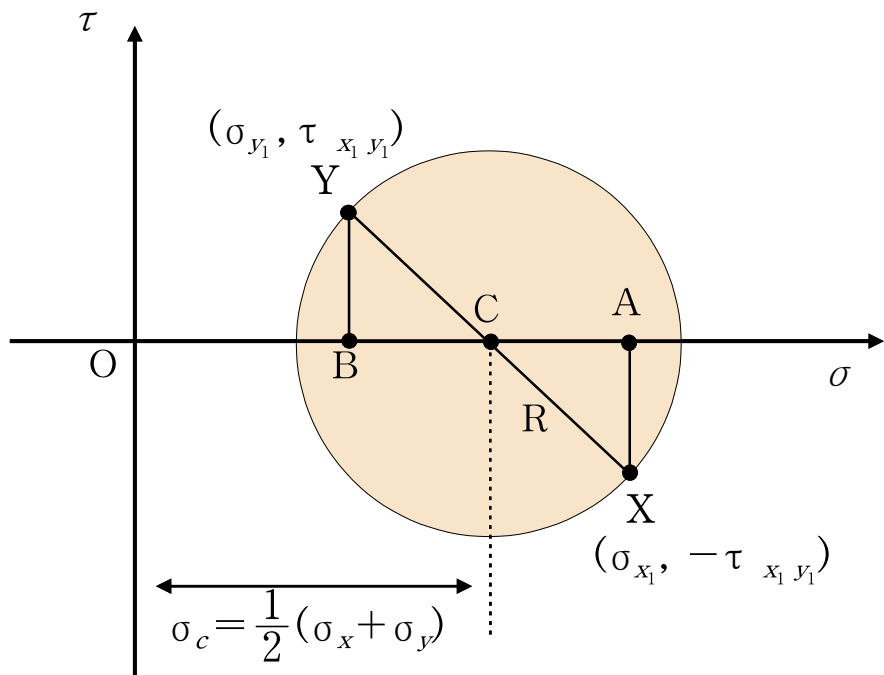


그림 5.23

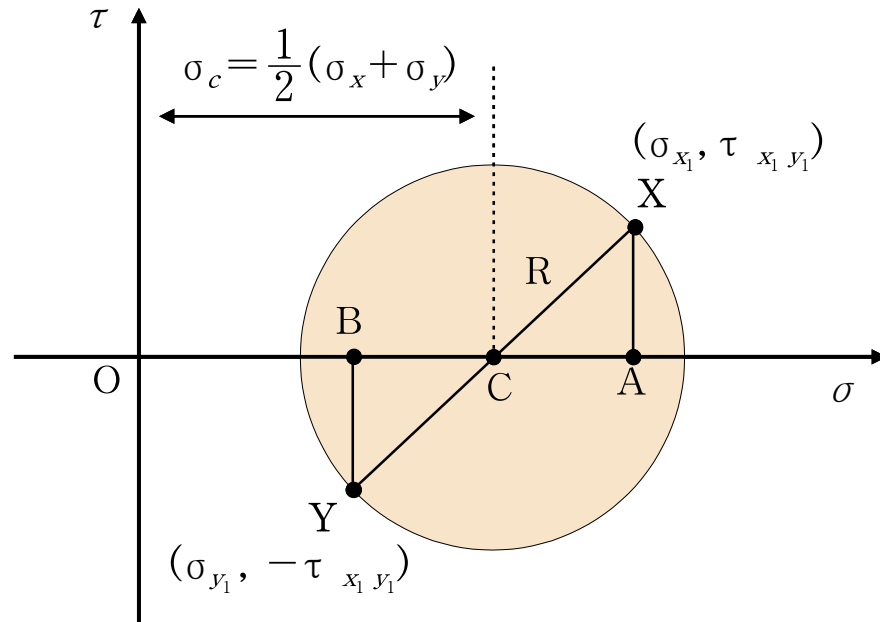


그림 5.24

5.4 평면변형률의 변환

5.4.1 평면변형률

$$\varepsilon_x \neq 0, \varepsilon_y \neq 0, \gamma_{xy} \neq 0 \quad (5.43)$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$$

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_y \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xy} \neq 0 \quad (5.44)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

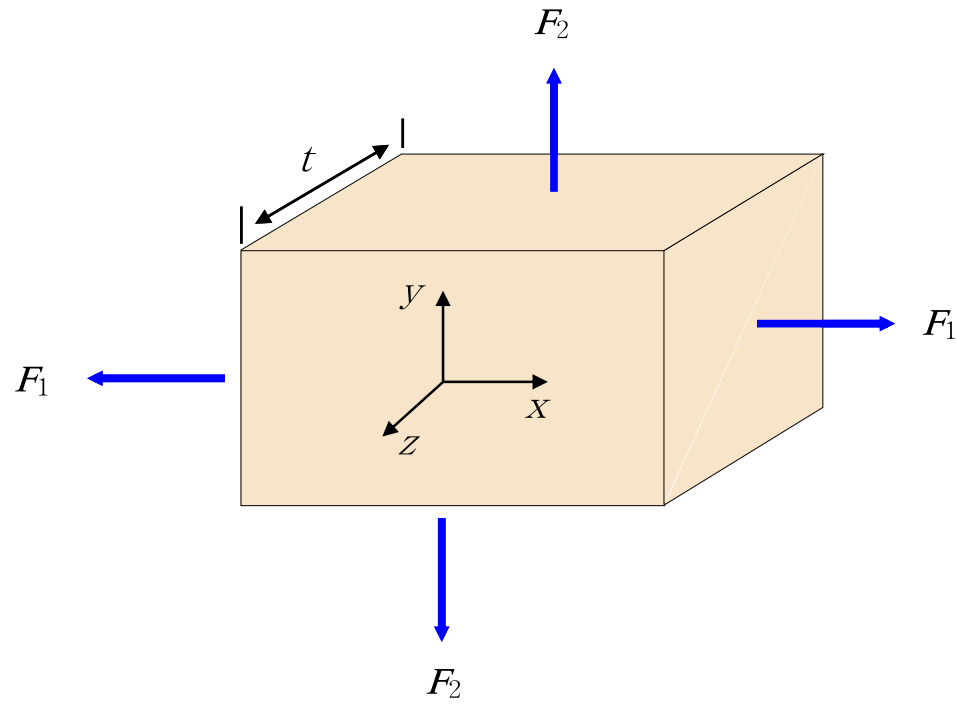


그림 5.27

5.4.2 평면변형에서 변형률과 변위 관계

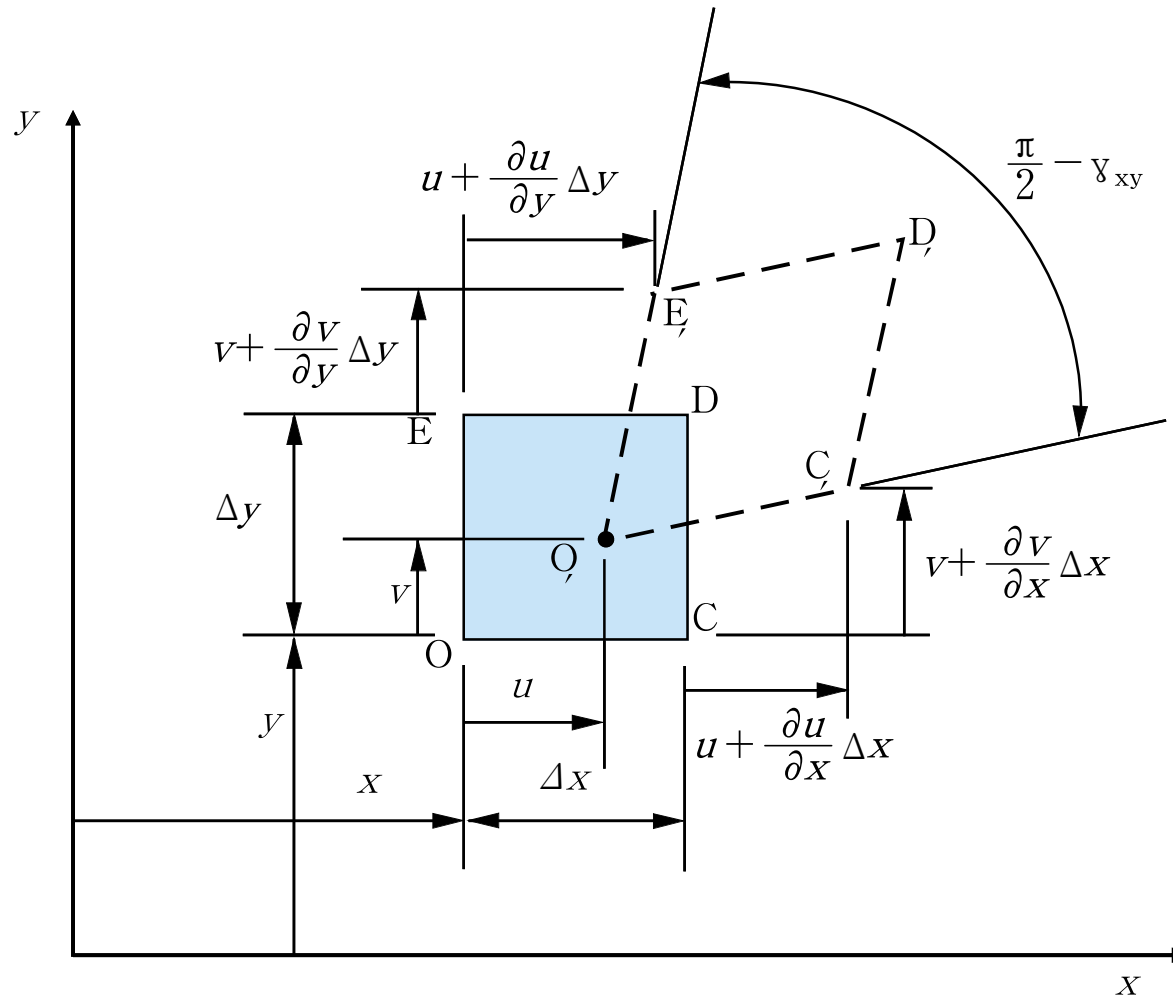


그림 5.28

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{O'C' - OC}{OC} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[\Delta x + (\partial u / \partial x) \Delta x] - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{O'E' - OE}{OE} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{[\Delta y + (\partial v / \partial y) \Delta y] - \Delta y}{\Delta y} = \frac{\partial v}{\partial y} \\
\gamma_{xy} &= \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle C'O'E' \right) = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left[\frac{\pi}{2} - \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{(\partial v / \partial x) \Delta x}{\Delta x} - \frac{(\partial u / \partial y) \Delta y}{\Delta y} \right\} \right] \\
&= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}
\end{aligned} \tag{5.45}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}
\end{aligned} \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\
\varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \equiv \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \equiv \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\
\varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \equiv \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{5.47}$$

5.4.3 평면변형률의 텐서변환과 Mohr 원

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11'} &= a_{11}a_{11'}\varepsilon_{11} + a_{12}a_{11'}\varepsilon_{21} + a_{11}a_{12'}\varepsilon_{12} + a_{12}a_{12'}\varepsilon_{22} \\ &= \cos^2\theta\varepsilon_{11} + 2\cos\theta\sin\theta\varepsilon_{12} + \sin^2\theta\varepsilon_{22}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1'2'} &= a_{11}a_{21'}\varepsilon_{11} + a_{12}a_{21'}\varepsilon_{21} + a_{12}a_{22'}\varepsilon_{22} + a_{11}a_{22'}\varepsilon_{12} \\ &= -\cos\theta\sin\theta\varepsilon_{11} - \sin^2\theta\varepsilon_{21} + \sin\theta\cos\theta\varepsilon_{22} + \cos^2\theta\varepsilon_{12} \\ &= -(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})\sin\theta\cos\theta + (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\varepsilon_{12}\end{aligned}$$

$\varepsilon_{11'} = \varepsilon_{x_1}$, $\varepsilon_{12'} = \varepsilon_{x_1y_1}$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_x$, $\varepsilon_{22} = \varepsilon_y$, $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \varepsilon_{xy}$ 를 대입하면

$$\varepsilon_{x_1} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta + 2\varepsilon_{xy} \sin\theta \cos\theta \quad (5.48)$$

$$\varepsilon_{x_1y_1} = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin\theta \cos\theta + \varepsilon_{xy} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \quad (5.49)$$

$$\varepsilon_{x_1} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta + \gamma_{xy} \sin\theta \cos\theta \quad (5.50)$$

$$\frac{1}{2} \gamma_{x_1 y_1} = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (5.51)$$

$$\varepsilon_{x_1} = \frac{1}{2} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin 2\theta \quad (5.52)$$

$$\frac{1}{2} \gamma_{x_1 y_1} = -\frac{1}{2} (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\theta + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \cos 2\theta \quad (5.53)$$

표 5.5 평면응력과 평면변형률의 대응변수

평면응력	평면변형률
σ_x	ε_x
σ_y	ε_y
τ_{xy}	$\frac{1}{2} \gamma_{xy}$
σ_{x_1}	ε_{x_1}
$\tau_{x_1 y_1}$	$\frac{1}{2} \gamma_{x_1 y_1}$

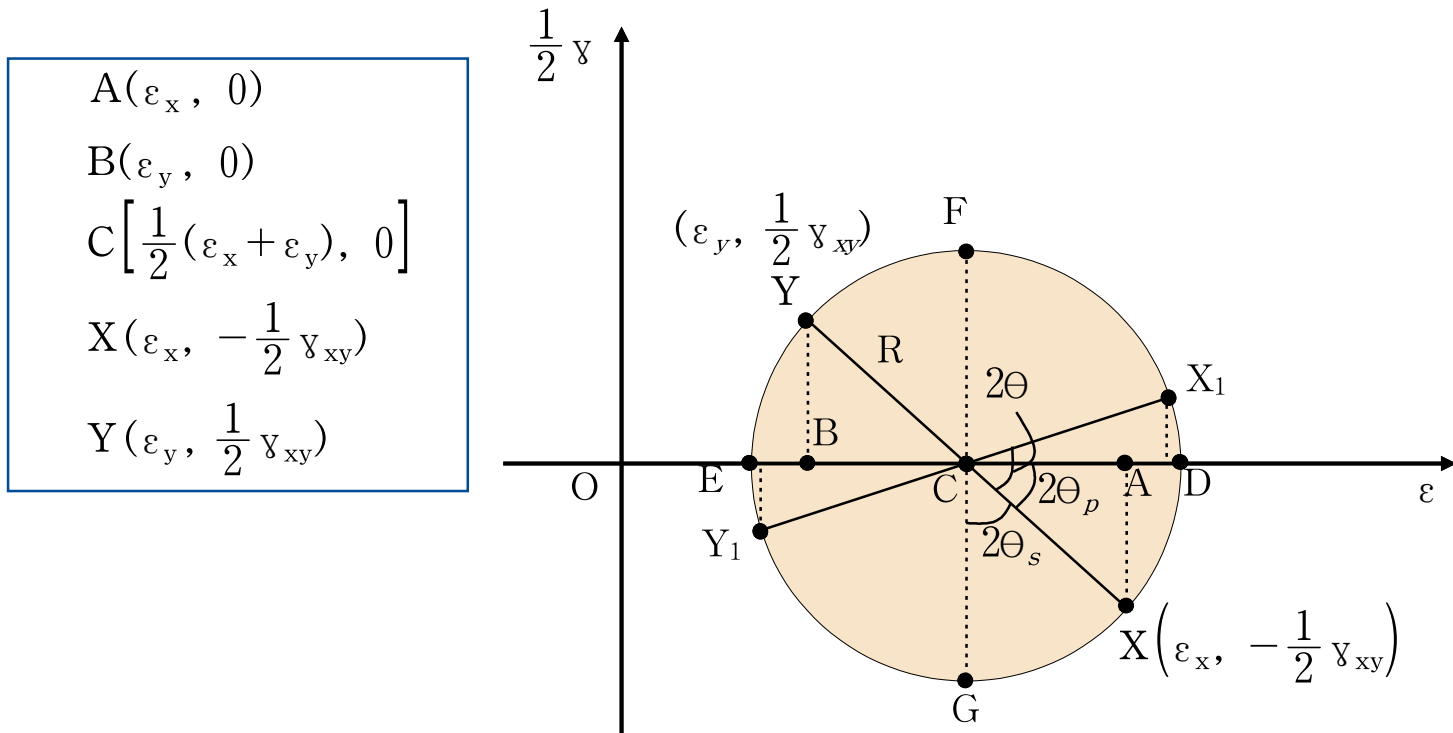


그림 5.29 평면변형률의 Mohr원

■ 평면변형률의 Mohr 원

최대전단변형률 : 점 F, G

$$\frac{1}{2} \gamma_{\max} = R = \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\right]^2 + \left[\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right]^2}$$
$$\theta_s = 45^\circ \pm \theta_p$$
(5.54)

주변형률 : 점 D, E

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\right]^2 + \left[\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right]^2}$$
$$\tan 2\theta_p = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}$$
(5.55)

임의의 방향에 대한 변환 : 점 X₁, Y₁

$$\varepsilon_{x_1} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + R \cos(2\theta - 2\theta_p)$$
$$\frac{1}{2} \gamma_{x_1 y_1} = R \sin(2\theta - 2\theta_p)$$
(5.56)

5.4.4 변형률의 측정

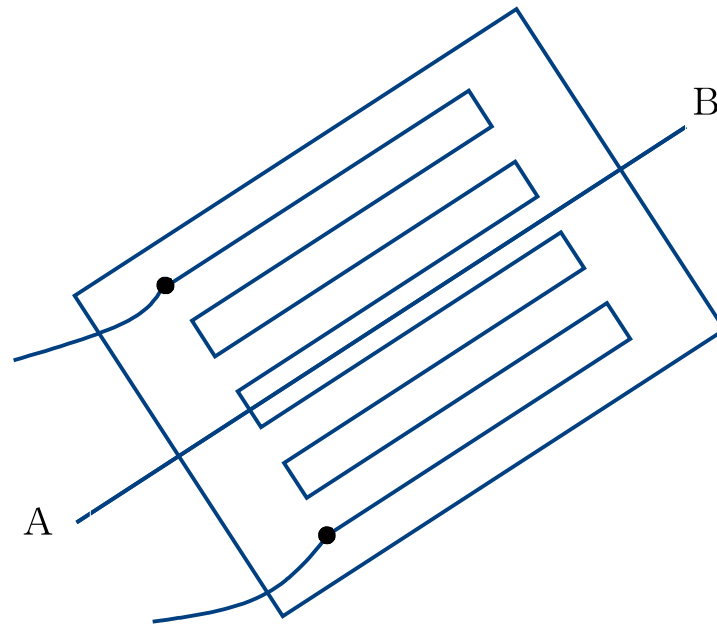


그림 5.30

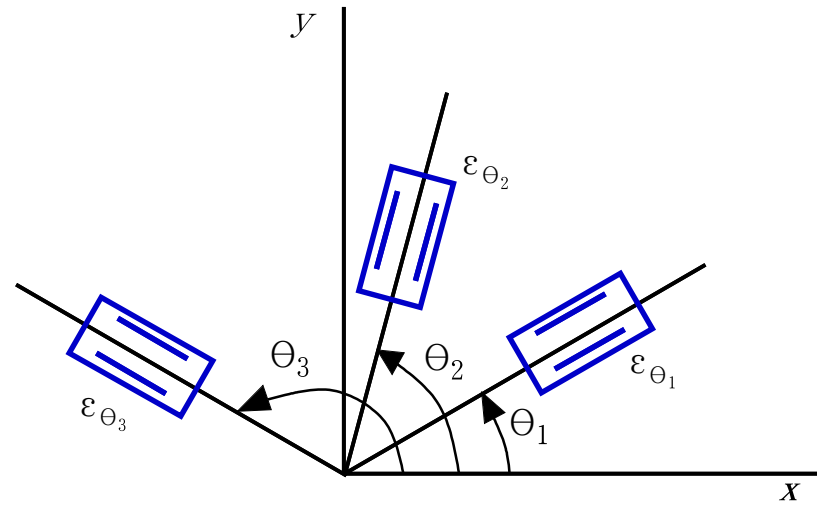


그림 5.31

$$\epsilon_{\theta_1} = \epsilon_x \cos^2 \theta_1 + \epsilon_y \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_1$$

$$\epsilon_{\theta_2} = \epsilon_x \cos^2 \theta_2 + \epsilon_y \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \sin \theta_2 \cos \theta_2$$

$$\epsilon_{\theta_3} = \epsilon_x \cos^2 \theta_3 + \epsilon_y \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \sin \theta_3 \cos \theta_3$$

(5.57)

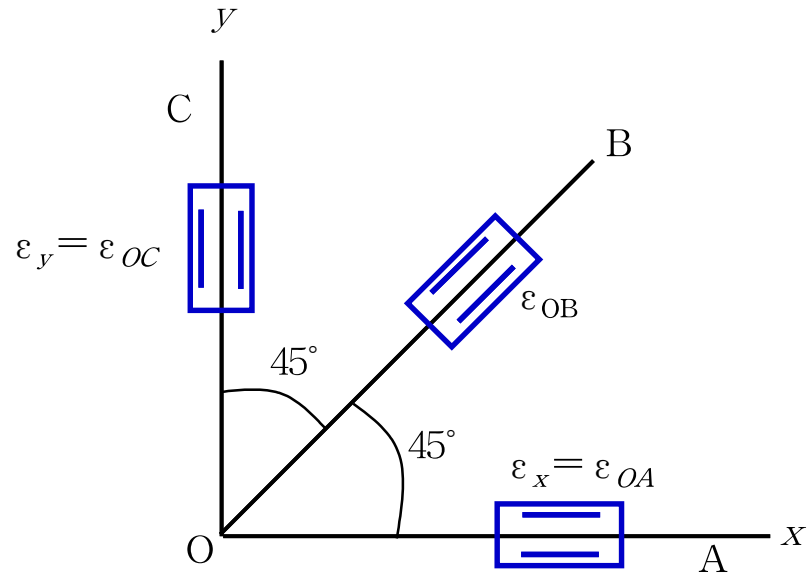


그림 5.32

$$\varepsilon_{OB} = \frac{1}{2} \varepsilon_x + \frac{1}{2} \varepsilon_y + \frac{1}{2} \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{OA}, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{OC}$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{OB} - (\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

(5.58)

5.5 파손이론

(1) 최대주응력설(maximum principal stress theory)

$$\text{파손조건} : |\sigma_1| \geq \sigma_{yt} \text{ 또는 } |\sigma_2| \geq \sigma_{yc} \quad (5.59)$$

(2) 최대전단응력설(maximum shear stress theory)

$$\begin{aligned} \text{파손조건} : \quad \tau_{\max} &\geq \tau_y \\ |\sigma_1 - \sigma_2| &\geq \sigma_y \end{aligned} \quad (5.60)$$

(3) 최대주변형률설(maximum principal strain theory)

$$\begin{aligned} \text{파손조건} : \quad |\sigma_1 - \nu \sigma_2| &\geq \sigma_{yt} \\ |\sigma_2 - \nu \sigma_1| &\geq \sigma_{yc} \end{aligned} \quad (5.61)$$

(4) 최대변형에너지설(maximum distortion energy theory)

$$\text{파손조건} : (\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2)^{\frac{1}{2}} \geq \sigma_y \quad (5.62)$$