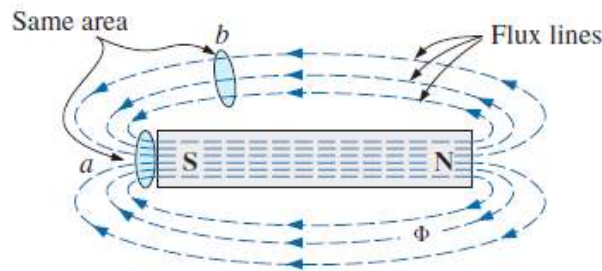


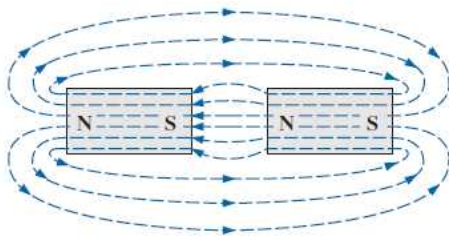
## 제 11장. 인덕터 (Inductors)

### ■ 자기장 (또는 자장) (magnetic field)

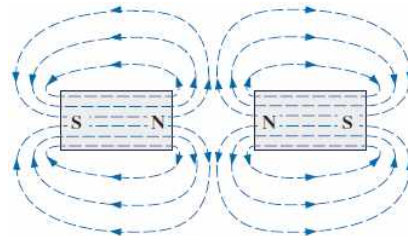
- 자기장
  - 자기장은 영구자석의 주위에서 발생하며, 자속선(magnetic flux lines)으로 표현
  - 자속선은 자석 N(north)극에서 S(south)극으로 향함
  - 지구는 큰 자석이며 자기장에 의해 나침반이 작용함



<영구자석의 자속선 분포>

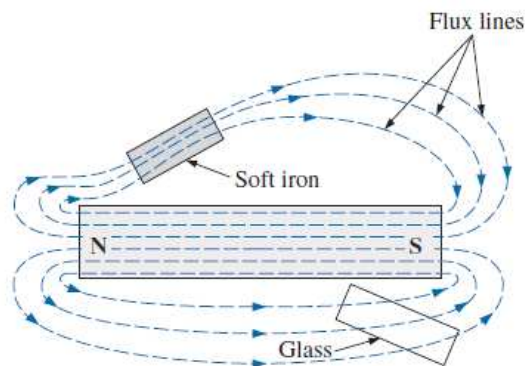


<다른 극성이 인접된 경우>

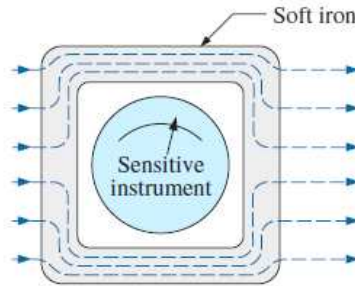


<동일 극성이 인접된 경우>

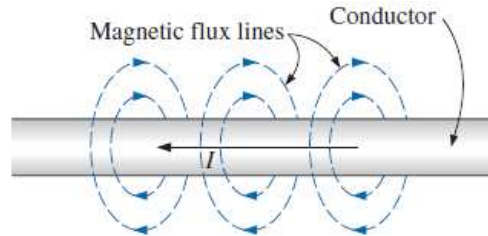
- 영구자석 주위에 유리 또는 구리와 같은 비자성체(nonmagnetic material) 물질이 위치하면 자속선의 분포는 영향이 없으나, 연철(soft iron)과 같은 자성체(nonmagnetic material)가 자속경로 내에 위치하면 자성체로 자속선이 더 많이 지나감



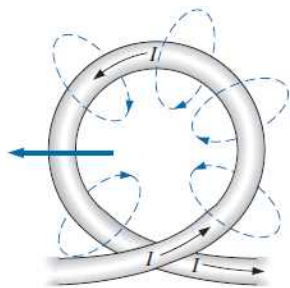
- 민감한 계측기(sensitive instrument) 주위에 자성체로 감싸면 외부자기장에 영향을 받지 않음. 즉, 자기차폐(magnetic shield)됨



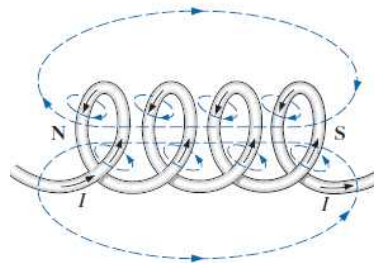
- 오른손법칙(right-hand rule): 도체에 흐르는 전류의 방향으로 오른손 엄지를 향하도록 감쌀 때 감싸는 손가락방향으로 자속선이 발생함



- 코일(coil)에 전류가 흐를 때 자속선의 나오는 방향이 N극이고 들어가는 방향이 S극임

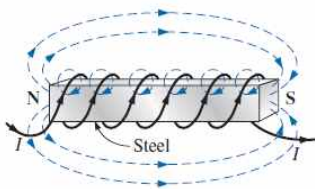


<단일 권회전 코일의 자속선분포>

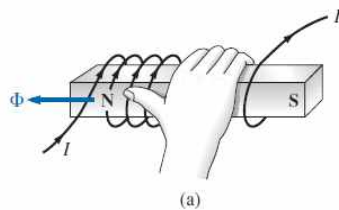


<코일의 자속선분포>

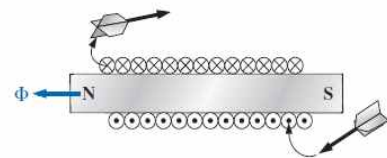
- 코일 내에 금속을 넣고 전류를 인가하면 금속은 자속선이 나가는 방향으로 N극, 들어가는 방향으로 S극의 전자석(electromagnet)이 됨



<전자석>



(a)



(b)

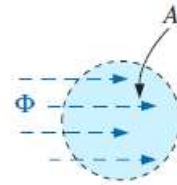
<전자석의 자속방향 판단방법>

▪ 자속밀도(magnetic flux density)

- 자기장의 강도는 자속선의 밀도(자속밀도)가 높을수록 강함
- 자속밀도  $B$ 는 단위면적당 지나는 자속선의 개수임  
 $\Phi$ 은 면적  $A$ 을 지나는 자속선의 개수임 (단위는 Wb(weber)임)

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

$B = \text{Wb/m}^2 = \text{teslas (T)}$   
 $\Phi = \text{webers (Wb)}$   
 $A = \text{m}^2$



- 자속밀도  $B$ 의 단위를 테슬라라고도 함

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$$

▪ 기자력(magnetomotive force)

- 전자석의 자속밀도는 코일의 권선수  $N$ 와 코일에 흐르는 전류  $I$ 에 비례함
- 기자력은 코일의 권선수와 전류의 곱임

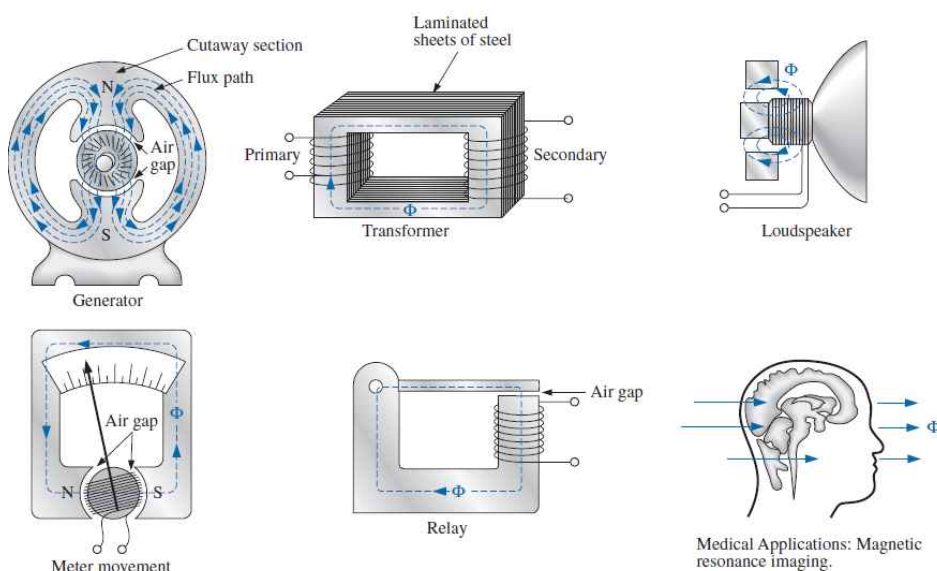
$$\mathcal{F} = NI \quad (\text{ampere-turns, At})$$

▪ 비투자율(relative permeability)

- 자유공간의 투자율  $\mu_0$ 에 대한 상대적인 투자율

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

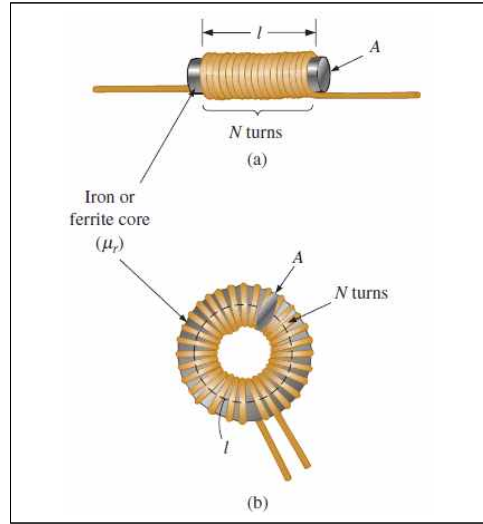
- 강자성체(ferromagnetic material)의 비투자율은  $\mu_r \geq 100$  (비자성체는 1)



<자기효과의 응용 예>

## ■ 인덕터(Inductor)와 인덕턴스(Inductance)

- 인덕터(inductor)
  - 코일 사이에 투자율이 높은 물질이 삽입되어 있는 소자
  - 강한 자기장을 형성하도록 설계되었음
  - 반면에 커패시터는 두 전도판 사이에 강한 전장을 형성하도록 설계됨



- 인덕턴스(inductance)

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}$$

$\mu$  = permeability (Wb/A · m)

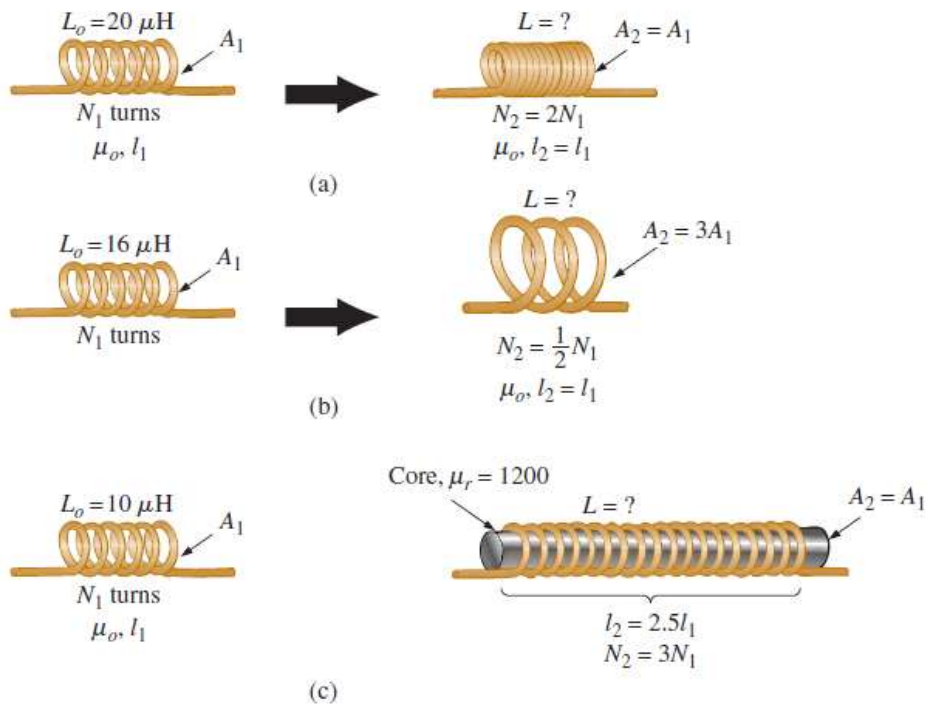
$N$  = number of turns (t)

$A$  = m<sup>2</sup>

$l$  = m

$L$  = henries (H)

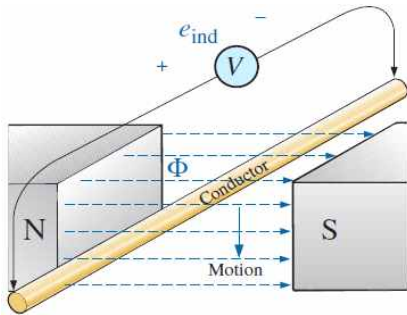
예제 11.2)



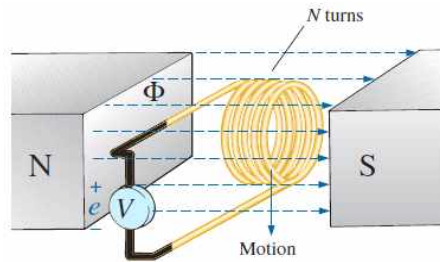
■ 인덕터(코일)전압  $v_L$

- Faraday 법칙
  - 권선수가  $N$ 인 코일이 자기장을 통해 이동할 때 코일 양단에 유기되는 전압  $e$ 는 코일 권선수  $N$ 과 자속의 변화율  $d\phi/dt$ 의 곱과 같음

$$e = N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{volts, V})$$



<자기장 내 도체이동에 의해 유기된 전압>



<Faraday 법칙>

- 코일의 인덕턴스(inductance)
  - 인덕턴스는 코일의 전류변화에 의한 자속의 변화율과 코일의 권선수  $N$ 의 곱임

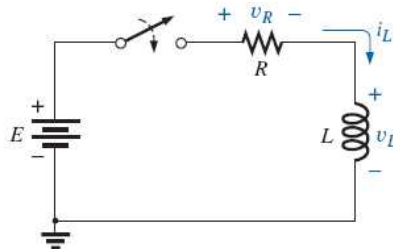
$$L = N \frac{d\phi}{di_L} \quad (\text{henries, H})$$

- 코일 양단에 유기되는 전압

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \left( N \frac{d\phi}{di_L} \right) \left( \frac{di_L}{dt} \right) \quad \text{이므로} \quad v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (\text{volts, V})$$

- 인덕턴스가 클수록 그리고/또는 코일에 흐르는 전류의 변화가 클수록 코일의 양단에 유기되는 전압은 커짐

■ R-L회로의 과도상태: 저장(storage)단계



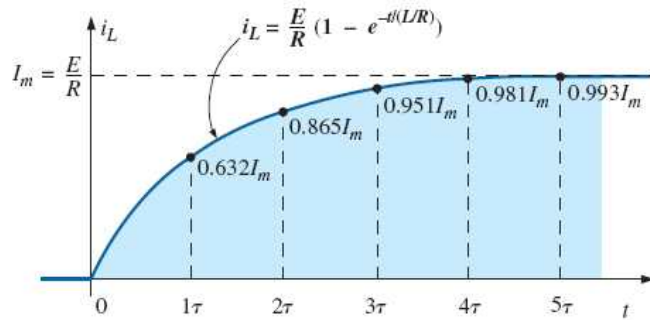
<기본적 R-L 과도회로>

- 과도상태의 코일전류 (초기전류는 0, 최종전류는  $E/R$ )

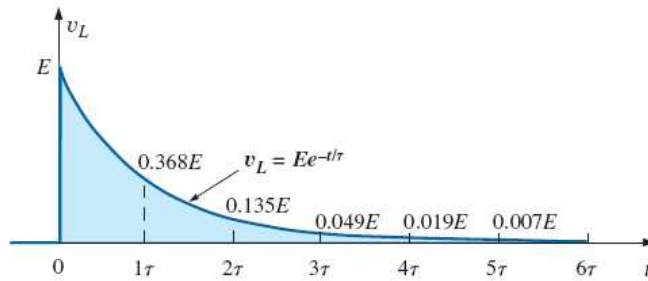
$$i_L = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{amperes, A})$$

여기서, R-L 시정수(time constant)

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (\text{seconds, s})$$

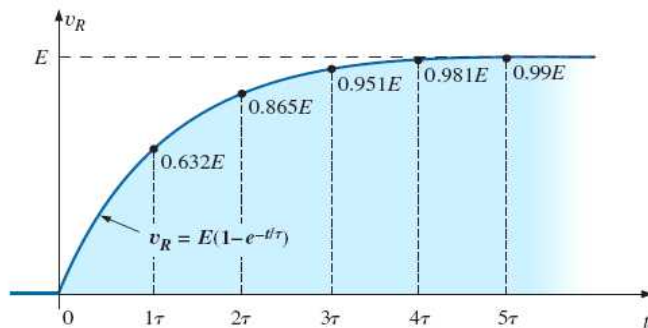


- 과도상태의 코일전압 (초기전압은  $E$ , 최종전압은 0)



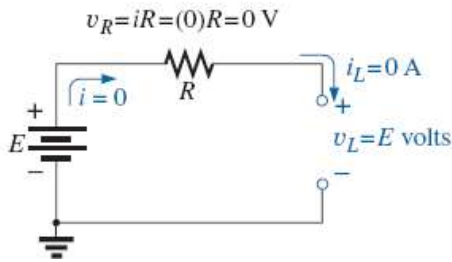
- 과도상태의 저항전압

$$v_R = E - v_L = E - Ee^{-t/\tau} = E(1 - e^{-t/\tau})$$



■ R-L회로의 초기(initial)상태

- 스위치가 닫히기 시작하는 초기( $t=0$ )일 때의 회로는 코일이 개방상태와 같음
- ※ 코일의 전류는 순간적으로 변할 수 없음(연속이어야 함)



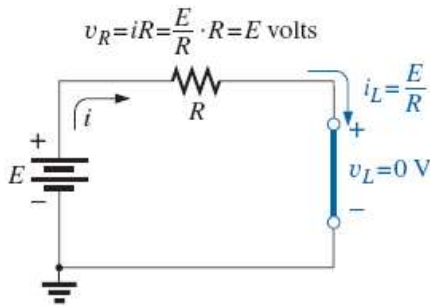
$$v_L = E [V]$$

$$v_R = 0 [V]$$

$$i_L = 0 [A]$$

■ R-L회로의 정상(steady)상태 : 저장(storage)단계

- 정상상태일 때( $t > 5\tau$ )의 회로는 코일은 단락(short)상태와 같음

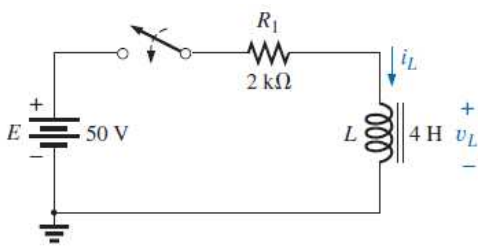


$$v_L = 0 [V]$$

$$v_R = E [V]$$

$$i_L = \frac{E}{R} [A]$$

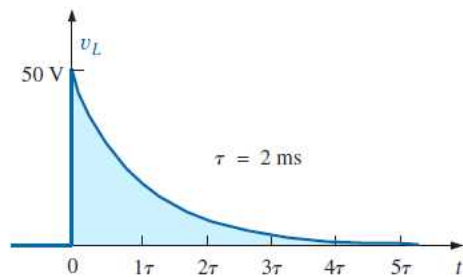
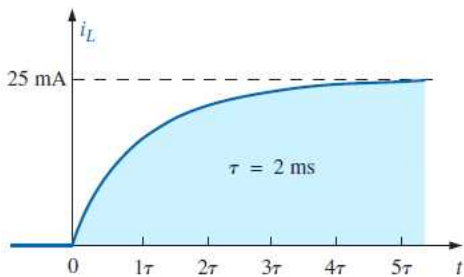
예제 11.3)  $t=0$ 에서 스위치가 닫혔을 때,  $i_L$ 과  $v_L$ 의 과도응답을 구하라.



$$\tau = \frac{L}{R_1} = \frac{4H}{2k\Omega} = 2ms$$

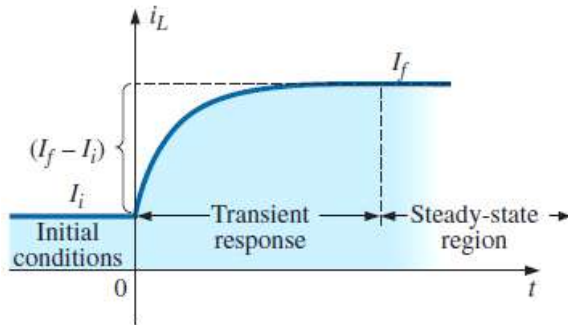
$$i_L = \frac{E}{R_1}(1 - e^{-t/\tau}) = 25mA(1 - e^{-t/2ms})$$

$$v_L = 50V e^{-t/2ms}$$



■ 초기조건(Initial conditions)

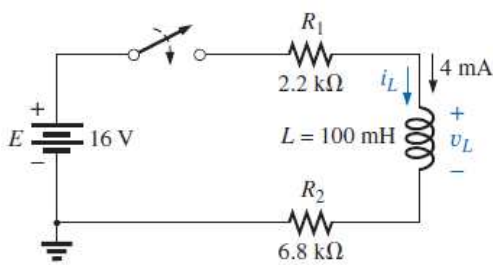
- 코일의 전류는 순간적으로 변할 수 없으므로, 스위칭이 되기 이전의 초기 전류와 연속해서 과도응답이 발생함



$$i_L = I_i + (I_f - I_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

예제 11.4) 초기 코일전류  $I_i (= i_L(0))$ 가  $4mA$ 에서 스위치가 닫혔을 때,  $i_L$ 과  $v_L$ 의 과도응답을 구하라.



$$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{100mH}{2.2k\Omega + 6.8k\Omega} = 11.11\mu s$$

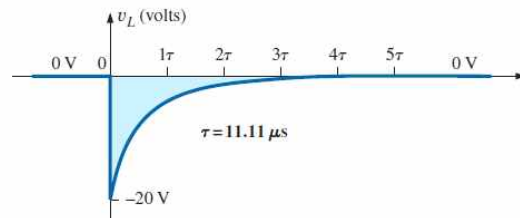
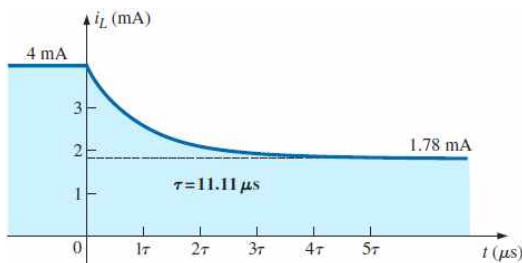
$$I_f = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{16V}{2.2k\Omega + 6.8k\Omega} = 1.78mA$$

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} = 1.78mA + 2.22mA e^{-t/11.11\mu s}$$

$t=0$ 일 때 전류는  $4mA$ 이므로 초기전압은

$$V_m = E - V_{R_1} - V_{R_2} = 16V - (4mA)(2.2k\Omega) - (4mA)(2.2k\Omega) = -20V$$

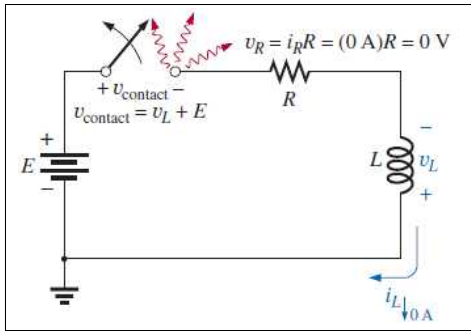
이며, 코일전류는  $v_L = -20V e^{-t/11.11\mu s}$  임





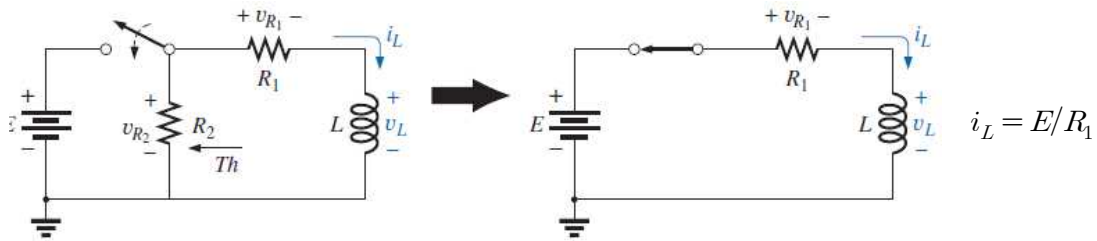
■ R-L 과도응답 : 방출(release)단계

- 정상상태의 전류가 흐르고 있는 상태에서 스위치를 개방하면 스위치에 스파크(spark)가 발생함

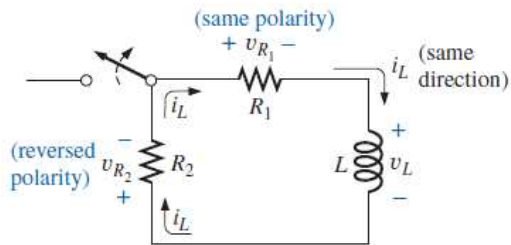


정상상태 코일전류  $i_L = E/R$ 이 흐르고 있는 상태에서 스위치가 개방되면,  $i_L = 0A$ 가 되어 전류의 변화율  $di/dt$ 이 커서  $v_L = L(di/dt)$ 이 매우 커짐 스위치양단전압  $v_{contact} = v_L + E$  이므로 이 또한 매우 높은 전압이 되어 스파크가 발생함

1) 스위치가 닫히는 초기의 인덕터 저장단계



2) 저장단계가 지나 정상상태가 된 후 스위치가 개방되었을 때 (방출단계)



정상상태 코일전류  $i_L = E/R_1$ 은 동일방향으로  $R_1$ 과  $R_2$ 를 통해 흐름

- 스위치 개방 이후의 초기 코일전압
  - 스위칭 이전의 정상상태 전류는  $i_L = I_m = E/R_1$ 이므로 스위칭 이후의 초기 코일전압은 다음과 같음 (코일의 전류는 변화가 없음)

$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -i_L(R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1}(R_1 + R_2) \Rightarrow v_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E \quad \text{switch opened}$$

- 방출단계의 코일전압 (초기전압  $V_i$ 에서 0으로 지수적 감소)

$$v_L = -V_i e^{-t/\tau'} \quad \text{여기서 } V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E, \quad \tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

- 방출단계의 코일전류 (초기전류  $I_i = E/R_1$ 에서 0으로 지수적 감소)

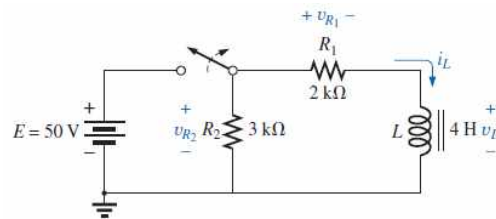
$$i_L = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau'} \quad \text{여기서} \quad \tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

- 방출단계의 저항  $R_1$ 과  $R_2$ 의 전압

$$v_{R_1} = i_{R_1} R_1 = i_L R_1 = \frac{E}{R_1} R_1 e^{-t/\tau'} \Rightarrow v_{R_1} = E e^{-t/\tau'}$$

$$v_{R_2} = i_{R_2} R_2 = i_L R_2 = \frac{E}{R_2} R_2 e^{-t/\tau'} \Rightarrow v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'}$$

예제 11.5) 다음 회로에서 저장단계와 방출단계의 전압과 전류를 구하라.



<저장단계>

$$(\tau = L/R_1 = 4H/2k\Omega = 2ms)$$

$$v_L = 50V e^{-t/2ms}$$

$$i_L = 25mA(1 - e^{-t/2ms})$$

$$v_{R_1} = E(1 - e^{-t/\tau}) = 50V(1 - e^{-t/2ms})$$

$$v_{R_2} = E = 50V$$

<방출단계>

$$(\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{4H}{2k\Omega + 3k\Omega} = 0.8ms)$$

$$v_L = -V_i e^{-t/0.8ms}$$

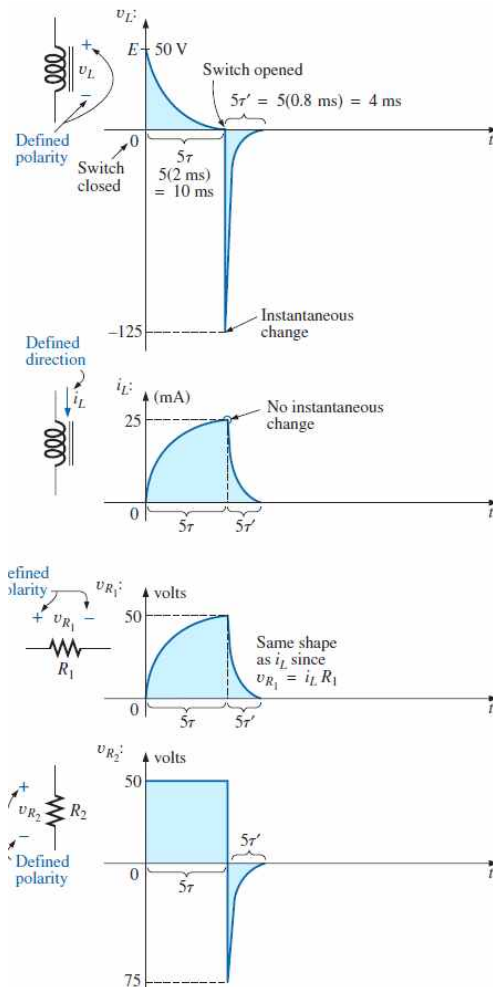
$$= -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E e^{-t/0.8ms}$$

$$= -125V e^{-t/0.8ms}$$

$$i_L = \frac{E}{R_1} e^{-t/2ms} = 25mA e^{-t/2ms}$$

$$v_{R_1} = E e^{-t/\tau} = 50V e^{-t/0.8ms}$$

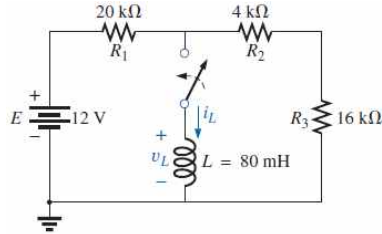
$$v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau} = -75V e^{-t/0.8ms}$$



■ 테브닌등가:  $\tau = L/R_{Th}$

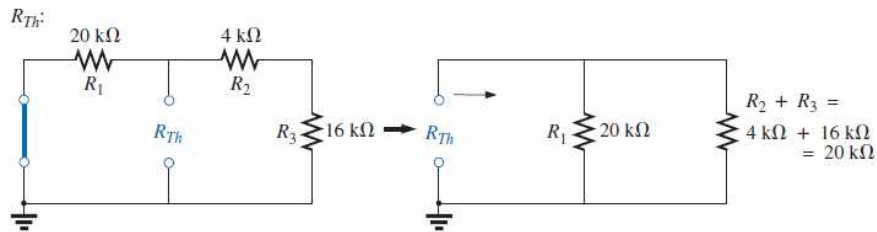
- R-L회로에서 코일  $L$  에 대한 시정수의 저항은 테브닌저항  $R_{Th}$  임

예제 11.6) 코일  $L$  에 대한 테브닌등가회로를 구한 후 과도응답을 구하라.

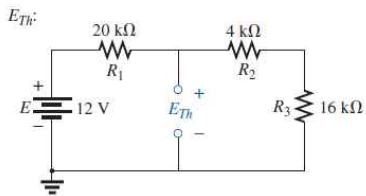


(초기전류는  $I_i = 0mA$  임)

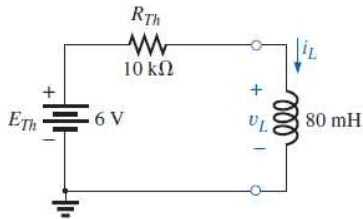
- 코일  $L$  의 테브닌등가저항  $R_{Th}$  : 전압원 단락(전류원은 개방)한 후  $L$  에 서 본 저항임 ( $R_{Th} = 10k\Omega$ )



- 코일  $L$  의 테브닌등가전압  $E_{Th}$  : 개방한  $L$  양단의 전압 ( $R_{Th} = 10k\Omega$ )



$$E_{Th} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(20k\Omega)(12V)}{40k\Omega} = 6V$$



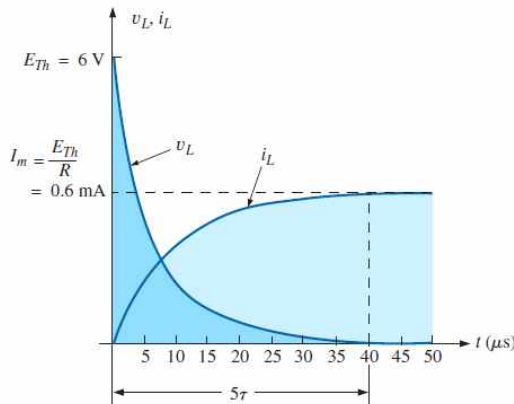
<테브닌 등가회로>

$$i_L = \frac{E_{Th}}{R}(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{80 \times 10^{-3} \text{ H}}{10 \times 10^3 \Omega} = 8 \times 10^{-6} \text{ s} = 8 \mu\text{s}$$

$$I_m = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{6V}{10 \times 10^3 \Omega} = 0.6 \times 10^{-3} \text{ A} = 0.6 \text{ mA}$$

and  $i_L = 0.6 \text{ mA} (1 - e^{-t/8\mu\text{s}})$



<인덕터 전류와 전압의 결과파형>

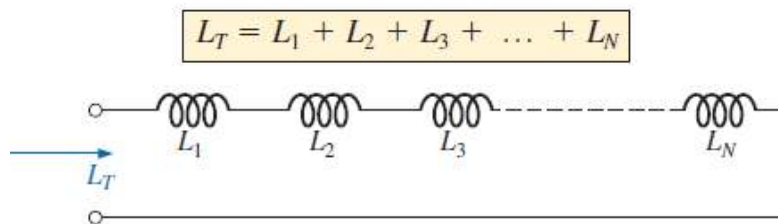
■ 순간값 (Instantaneous value)

- 인덕터전류식  $i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$  으로부터 초기전류  $I_i$  에서  $i_L$  까지 소요되는 시간:

$$t = \tau \log_e \frac{(I_i - I_f)}{(i_L - I_f)} \quad (\text{seconds, s})$$

■ 직렬과 병렬의 인덕터

- 직렬연결된 코일들의 전체 인덕턴스는 각 인덕턴스의 합과 같음

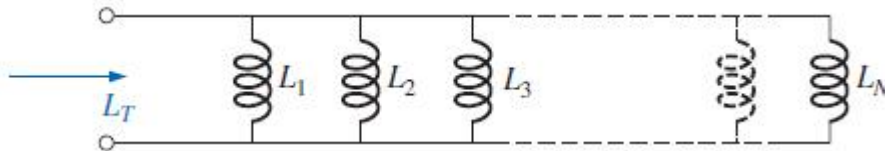


- 병렬연결된 코일들의 전체 인덕턴스

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

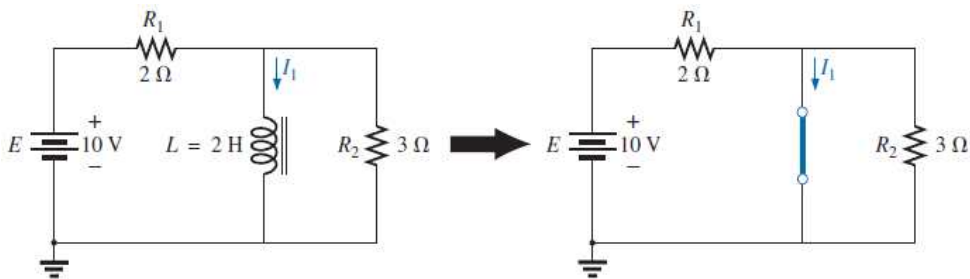
2개의 코일이 병렬일 때 :

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$



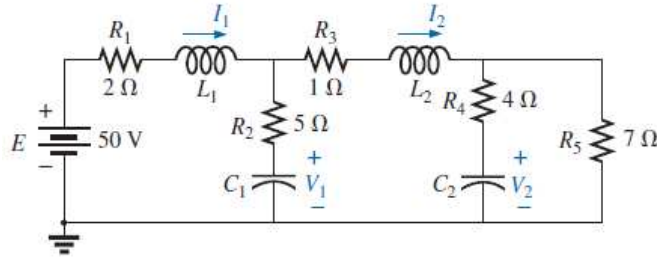
■ 정상상태 조건

- 인덕터는 정상상태일 때 회로에서 단락(short)상태와 같음
- 커패시터는 정상상태일 때 회로에서 개방(open)상태와 같음

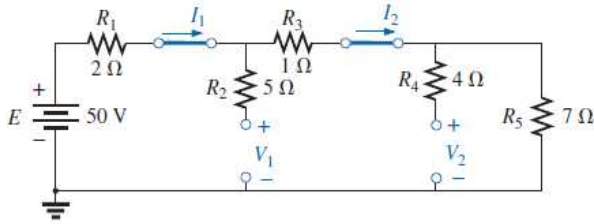


→ 정상상태일 때 코일전류  $I_1$  은 단락되었을 때의 전류  $10V/2\Omega = 5A$  임

예제 11.11) 정상상태에서의 코일전류와 커패시터전압을 구하라.



- 정상상태에서는 코일은 단락되고 커패시터는 개방된 것과 같음



$$I_1 = I_2 = \frac{50V}{2\Omega + 1\Omega + 7\Omega} = 5A$$

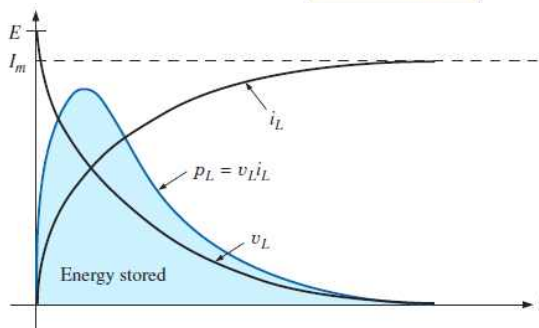
$$V_2 = (5A)(7\Omega) = 35V$$

$$V_1 = \frac{(1\Omega + 7\Omega)(50V)}{2\Omega + 1\Omega + 7\Omega} = 40V$$

### ■ 인덕터에 저장된 에너지(stored energy)

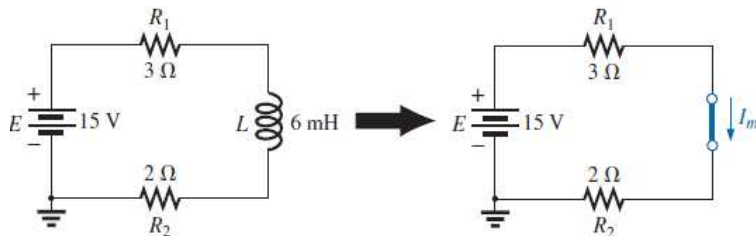
- 인덕터의 전력은  $p_L = v_L i_L$ 이며, 저장된 에너지는 전력을 적분한 것임.
- 그림에서 음영을 가진 영역의 면적이 저장된 에너지임

$$W_{\text{stored}} = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad (\text{joules, J})$$



<인덕터 과도상태의 전력곡선>

예제 11.12) 인덕터에 저장된 에너지를 구하라.



$$I_m = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{5V}{3\Omega + 2\Omega} = 3A$$

$$W_{\text{stored}} = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} (6 \times 10^{-3} H)(3A)^2 = 27mJ$$