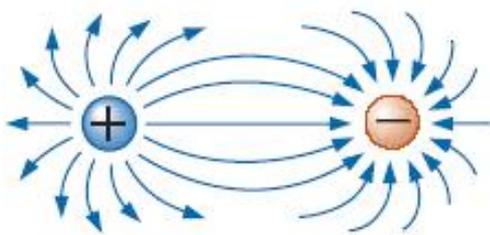


## 제 10장. 커패시터 (Capacitors)

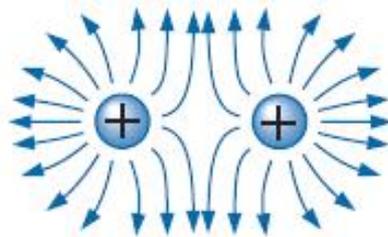
### ■ 전기장 (또는 전장) (electric field)

#### ▪ 전기장

- 양(+)  
전하와 음(-)  
전하 사이에 전기적인 힘이 미치는 공간
- 동일한 전하사이에는 반발력이 작용하고, 다른 전하 사이에는 인력이 작용함
- 전기장은 전속선(electric flux lines)으로 표현
- 전속선은 양(+)  
전하에서 음(-)  
전하로 향함

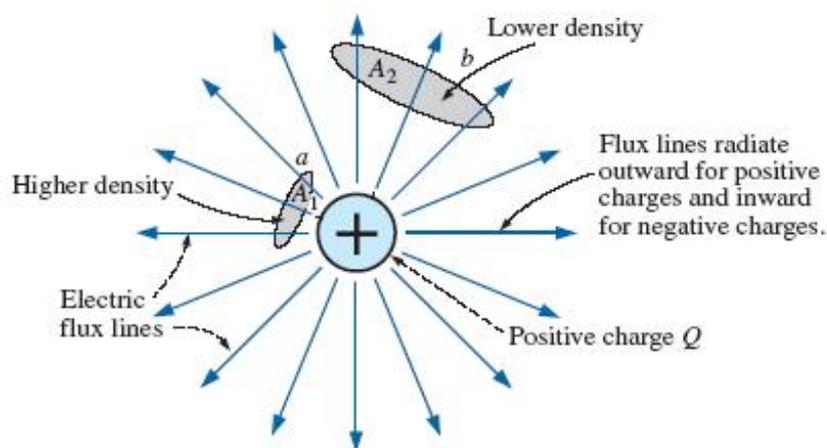


<다른 전하간의 전기장>



<동일 전하간의 전기장>

- 전기장은 임의의 영역 A를 통과하는 전속선의 개수가 많을수록 강함  
(아래 그림에서 영역 a가 영역 b에서 보다 전속선의 밀도가 높으므로 전기장이 강함)



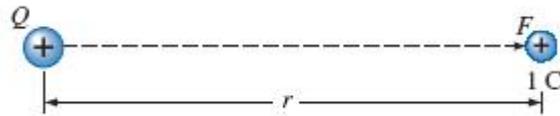
<양의 전하로부터 음의 전하로 향하는 전속선>

▪ 전기장세기(electric field strength)

- 전기장 내의 한 점에 단위전하  $q(+1C)$ 을 놓았을 때 그 전하가 받는 전기력의 크기

$$\mathcal{E} = \frac{F}{Q} \quad (\text{newtons/coulomb, N/C})$$

- 전하  $Q$ 의 전자장 내에 놓인 단위 전하  $q(+1C)$ 가 받는 힘



<전하  $Q$ 의 전자장 내에 놓인 단위 전하  $q(+1C)$ 가 받는 힘>

- 쿨롱법칙에 의해 힘  $F$ 는

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = k \frac{Q(1C)}{r^2} = \frac{kQ}{r^2} \quad (k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$$

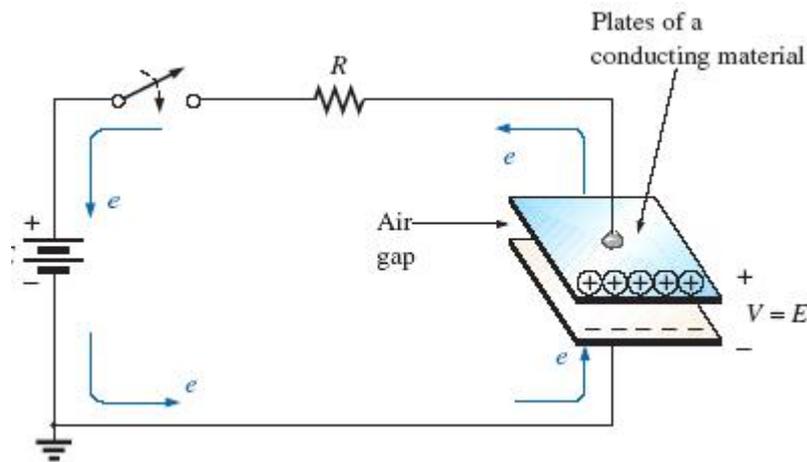
이므로 전기장세기는

$$\mathcal{E} = \frac{kQ}{r^2} \quad (\text{N/C})$$

로 표현할 수 있다.

■ 커패시턴스 (Capacitance)

- 커패시터(capacitor): 두 전도성 판 사이에 절연체(공기 등)가 놓인 소자



<기본 충전 회로>

- 커패시턴스(capacitance): 커패시터에 전하를 축적할 수 있는 능력
  - 커패시턴스가 클수록 동일한 전압에도 더 많은 전하를 축적할 수 있음
  - 커패시턴스  $C$ 는 단위 전압  $V$ 당 축적할 수 있는 전하  $Q$ 임

$$C = \frac{Q}{V}$$

$C = \text{farads (F)}$   
 $Q = \text{coulombs (C)}$   
 $V = \text{volts (V)}$

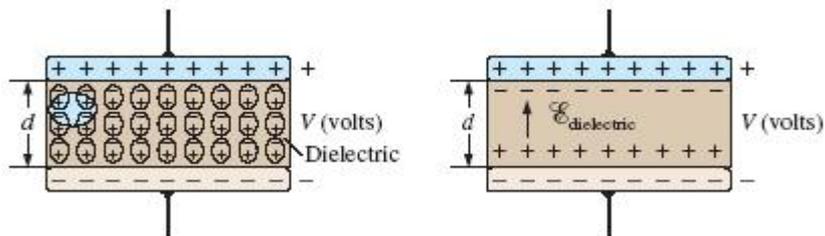
$$Q = CV \quad (\text{coulombs, C})$$

- 전기장세기(電氣場力)는 두 판 사이의 거리  $d$ 에 반비례하고 인가전압  $V$ 에 비례함

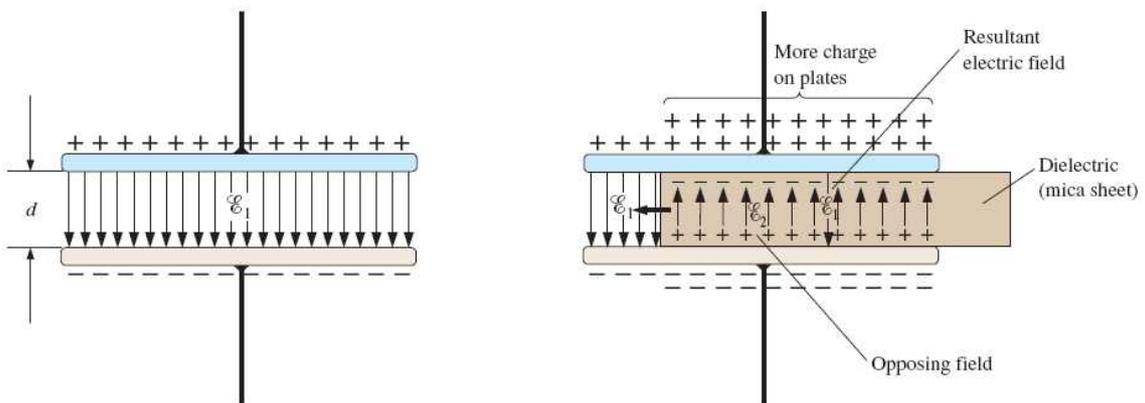
$$\mathcal{E} = \frac{V}{d}$$

$\mathcal{E} = \text{volts/m (V/m)}$   
 $V = \text{volts (V)}$   
 $d = \text{meters (m)}$

- 커패시터 두 판 사이 유전체(또는 절연체)(dielectric)의 영향
  - 유전체 쌍극(dipole)들이 판의 양단 전압  $V$ 에 의해 일정히 배열
  - (-)전하(전자)는 위로 (+)전하(양성자)는 아래로 배열되어 분극(polarized)
  - 유전체 내의 전하 분극으로 인해 반대 방향의 전기장  $\mathcal{E}_{\text{dielectric}}$ 이 발생함



- 커패시터 판 사이에 유전체의 삽입효과
  - 공기에 비해 유전체가 삽입되면 유전체에 더 많은 전하가 축적됨



<판 사이가 공기>

<판 사이에 유전체 삽입>

- 상대 유전율 또는 비유전율 (relative permittivity)
  - 공기의 유전율  $\epsilon_0$ 에 따른 다른 유전체의 상대적 유전율

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (\text{dimensionless})$$

여기서,  $\epsilon$ 는 유전체의 유전율

*Relative permittivity (dielectric constant)  $\epsilon_r$  of various dielectrics.*

Dielectric	$\epsilon_r$ (Average Values)
Vacuum	1.0
Air	1.0006
Teflon <sup>®</sup>	2.0
Paper, paraffined	2.5
Rubber	3.0
Polystyrene	3.0
Oil	4.0
Mica	5.0
Porcelain	6.0
Bakelite <sup>®</sup>	7.0
Aluminum oxide	7
Glass	7.5
Tantalum oxide	30
Ceramics	20–7500
Barium-strontium titanite (ceramic)	7500.0

*Dielectric strength of some dielectric materials.*

Dielectric	Dielectric Strength (Average Value) in Volts/Mil
Air	75
Barium-strontium titanite (ceramic)	75
Ceramics	75–1000
Porcelain	200
Oil	400
Bakelite <sup>®</sup>	400
Rubber	700
Paper paraffined	1300
Teflon <sup>®</sup>	1500
Glass	3000
Mica	5000

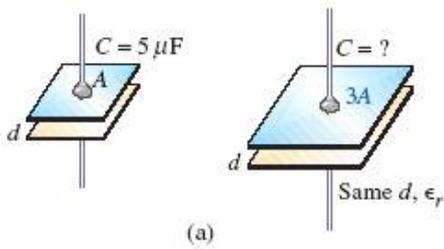
■ 커패시터 (Capacitor)

- 커패시터의 커패시턴스
  - 커패시턴스는 판 면적이 클수록 유전율이 높을수록 거리가 적을수록 큼

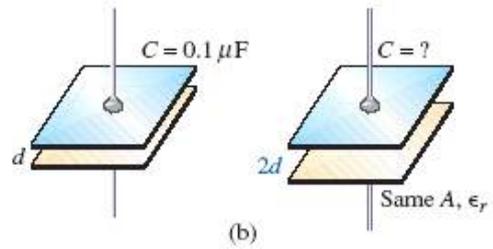
$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

$C = \text{farads (F)}$   
 $\epsilon = \text{permittivity (F/m)}$   
 $A = \text{m}^2$   
 $d = \text{m}$

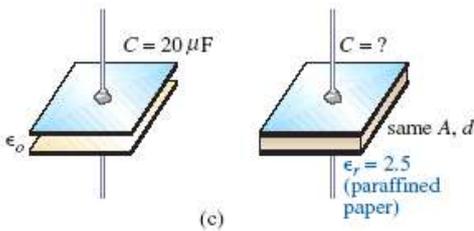
예 10.2) 커패시턴스를 구하라.



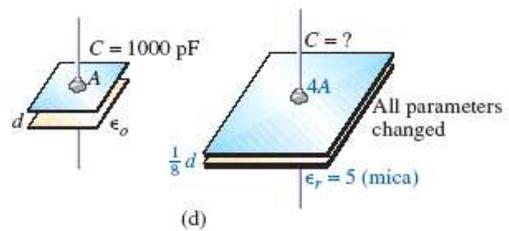
$$C = 3(C_o) = 3(5 \mu\text{F}) = 15 \mu\text{F}$$



$$C = \frac{1}{2}(0.1 \mu\text{F}) = 0.05 \mu\text{F}$$

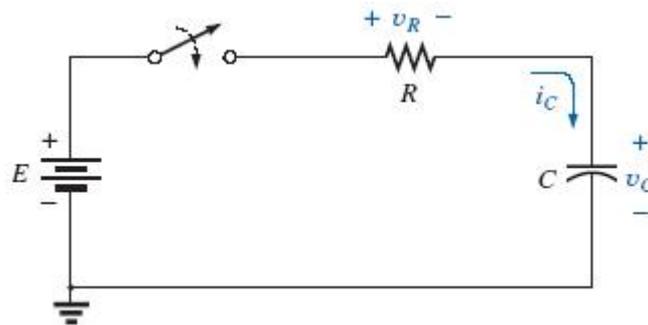


$$C = \epsilon_r C_o = 2.5(20 \mu\text{F}) = 50 \mu\text{F}$$



$$C = (5) \frac{4}{(1/8)} (C_o) = 160(1000 \text{ pF}) = 0.16 \mu\text{F}$$

■ 커패시터 회로의 과도(transients)상태 - 충전단계(charging phase)



<기본적 R-C 충전회로>

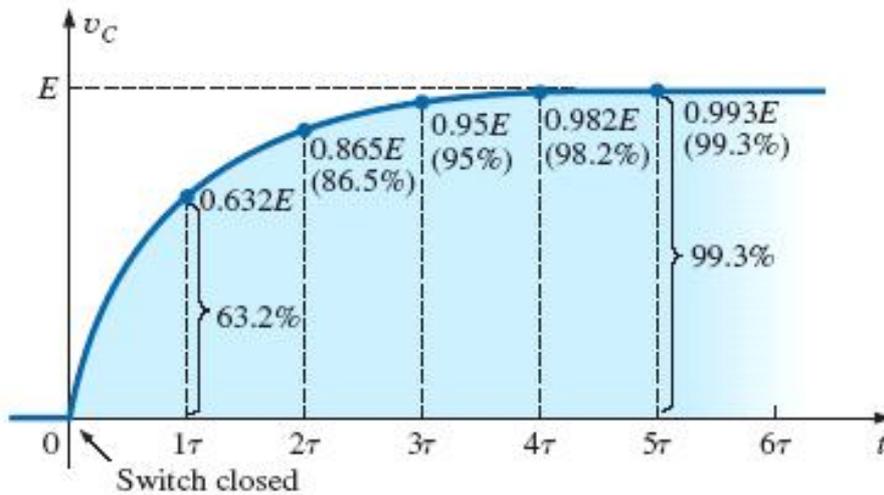
- 충전단계의 커패시터전압

$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{charging} \quad (\text{volts, V})$$

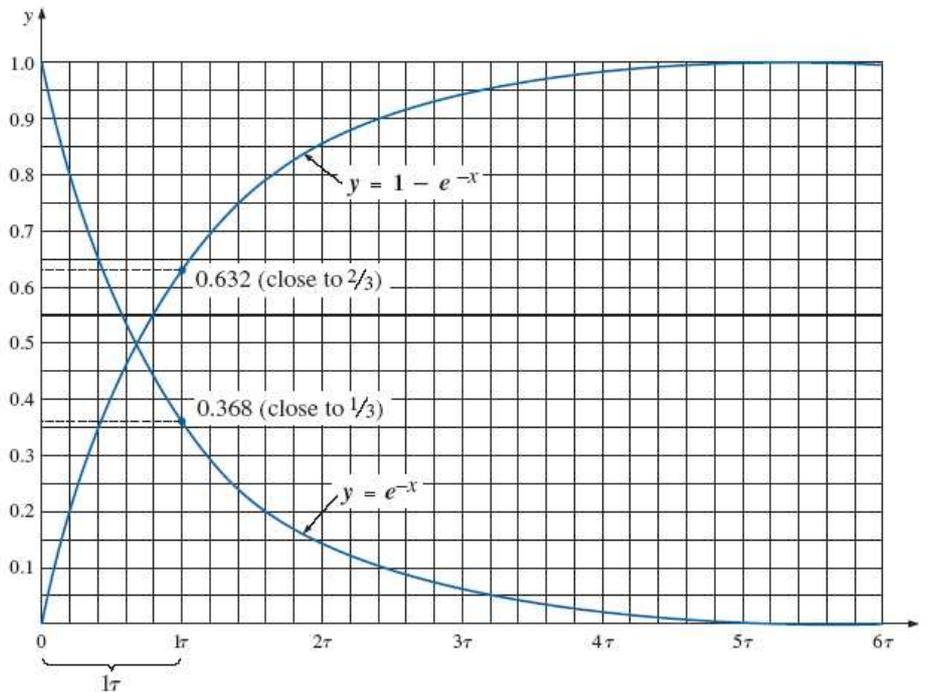
여기서,  $\tau$  는 시정수(time constant)이라 부름.

$$\tau = RC \quad (\text{time, s})$$

※ 커패시터전압  $v_c$  는  $t=5\tau$  일 때 입력전압  $E$  까지 충전됨



<충전단계에서의 커패시터전압 변화>



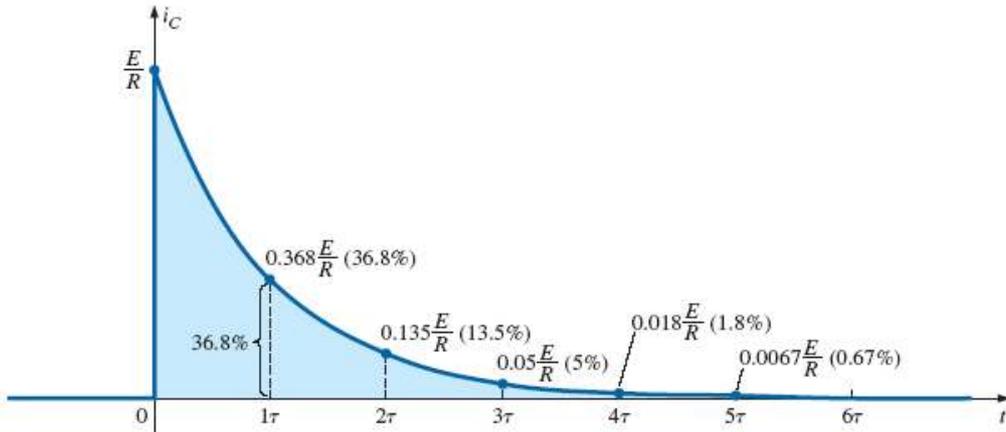
<시정수(time constant) 그래프>

- 충전단계의 커패시터전류

$$i_C = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \quad \text{(amperes, A)}$$

charging

여기서,  $\tau$  는 커패시터전압의 시정수와 동일함



<충전단계에서의 커패시터전류 변화>

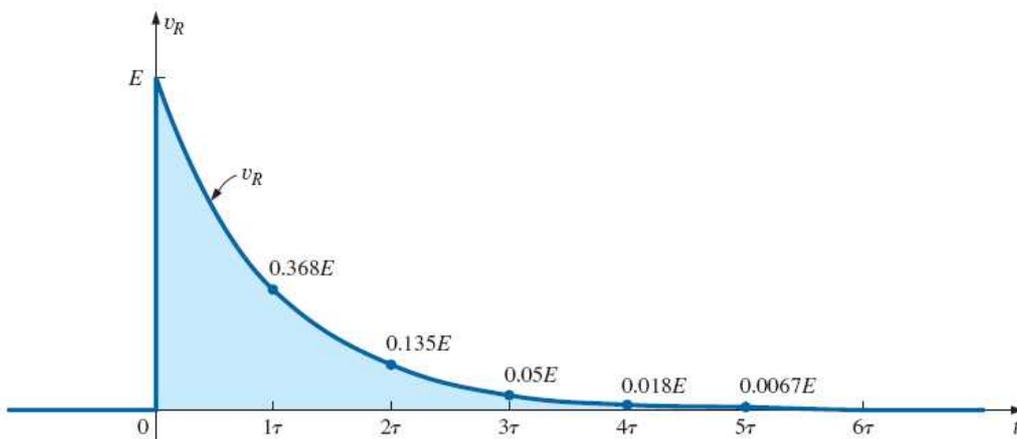
- 충전단계의 저항전압

$$v_R = E e^{-t/\tau} \quad \text{(volts, V)}$$

charging

$$(\because) v_R = i_R R = i_C R \Rightarrow v_R = \left( \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \right) R = E e^{-t/\tau}$$

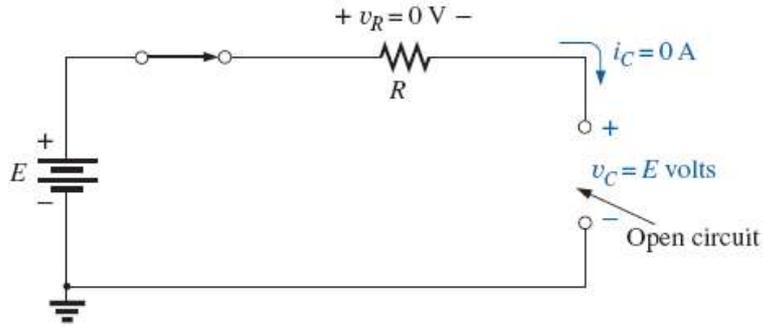
$$\text{또는 } v_R = E - v_c = E - E(1 - e^{-t/\tau}) = E e^{-t/\tau}$$



<충전단계에서의 저항전압 변화>

■ 커패시터 회로의 정상(steady)상태 - 충전완료단계

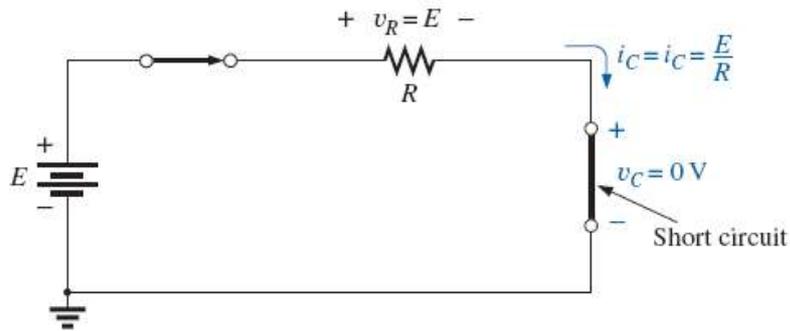
- 충전완료일 때( $t > 5\tau$ )의 회로는 커패시터가 개방상태와 같음  
 $v_c = E [V], v_R = 0 [V], i_c = i_R = 0 [A]$



<충전완료일 때의 등가회로 (커패시터가 개방)>

■ 커패시터 회로의 초기 스위칭 시작단계

- 스위칭시작( $t = 0$ )일 때의 회로는 커패시터가 단락(short)상태와 같음  
 $v_c = 0 [V], v_R = E [V], i_c = i_R = \frac{E}{R} [A]$



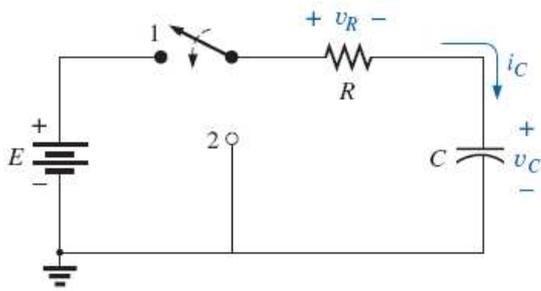
<충전 초기일 때의 등가회로 (커패시터가 단락)>

※ 커패시터 양단의 전압은 순간적으로 변할 수 없다.

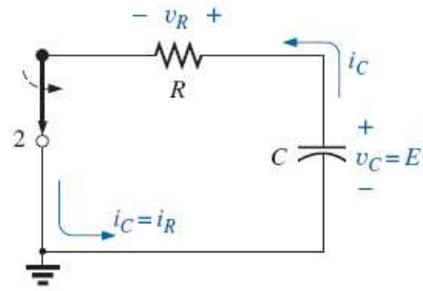
- 시정수의 단위는 시간이다.

$$\tau = RC = \left(\frac{V}{I}\right)\left(\frac{Q}{V}\right) = \left(\frac{V}{Q/t}\right)\left(\frac{Q}{V}\right) = t(\text{seconds})$$

■ 커패시터 회로의 과도(transients)상태 - 방전단계(discharging phase)



- 스위치 1번: 충전단계
- 스위치 2번: 방전단계



< 커패시터에 충전이 완료된 후 스위치 2번으로 전환된 방전단계의 회로도 >

- 방전시의 커패시터전압 변화

$$v_C = Ee^{-t/\tau} \text{ discharging}$$

여기서, 시정수  $\tau$  (충전시와 동일함)

$$\tau = RC \text{ discharging}$$

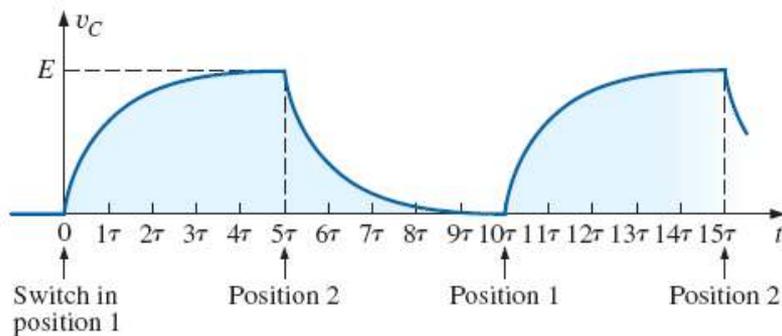
- 방전시의 커패시터전류

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \text{ discharging}$$

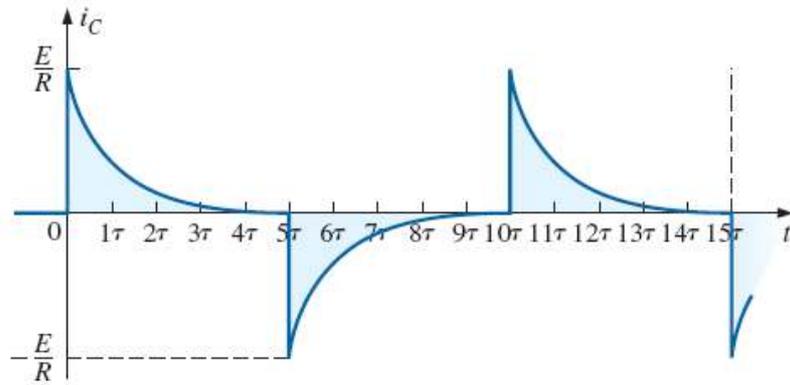
- 방전시의 저항전압

$$v_R = Ee^{-t/\tau} \text{ discharging}$$

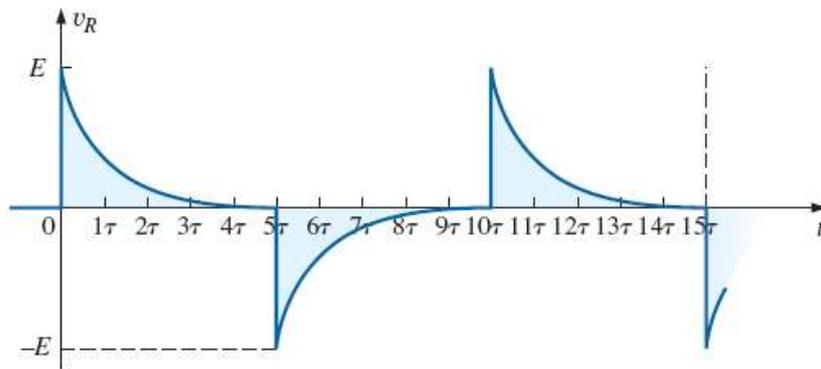
□ 스위칭을  $5\tau$  시간 마다 1번과 2번으로 전환될 때의 파형



<커패시터전압 파형>



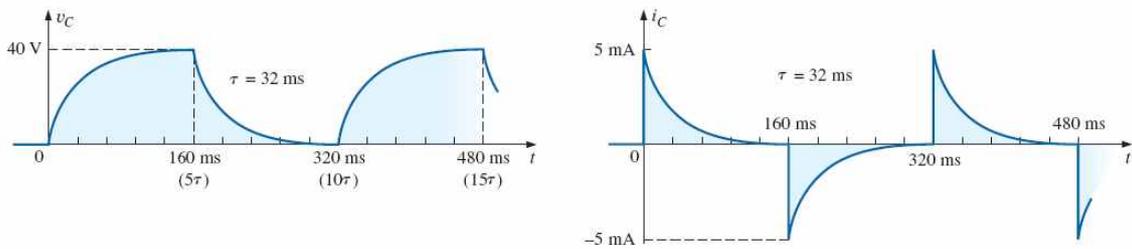
<커패시터전류 파형>



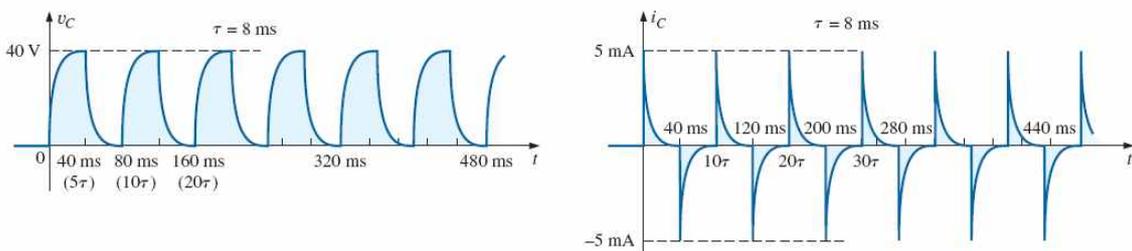
<저항전압 파형>

### ■ 시정수의 응답효과

- 시정수가 클수록(R과 C가 클수록) 충전시간이 길다. ( $\tau = 32ms$  일 때)

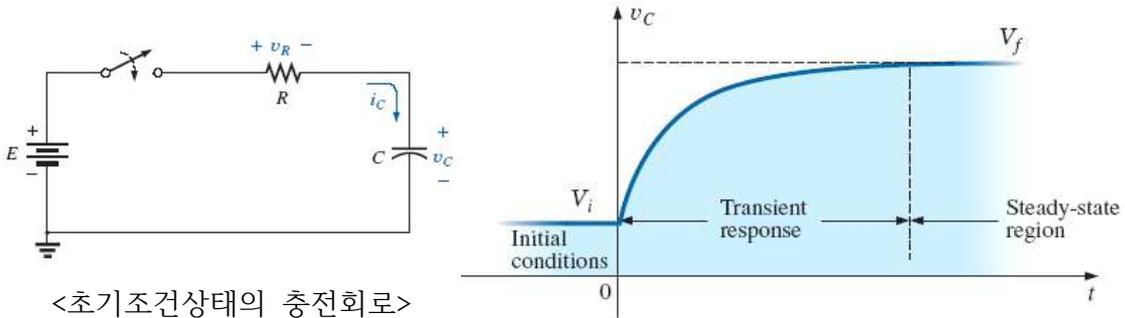


- 시정수가 짧을수록 충전시간이 짧다. ( $\tau = 8ms$  일 때)



## ■ 초기조건(Initial condition)

- 커패시터에  $V_i$ 로 충전되어 있는 상태( $v_c(0) = V_i$ )에서 스위칭되었을 때



- 초기조건이 0일 때 커패시터전압:

$$v_c = E(1 - e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

여기서  $V_f$ 는 충전 최종(final)전압( $V_f = E$ ),  $V_i$ 는 초기(initial)전압( $V_i = 0V$ )

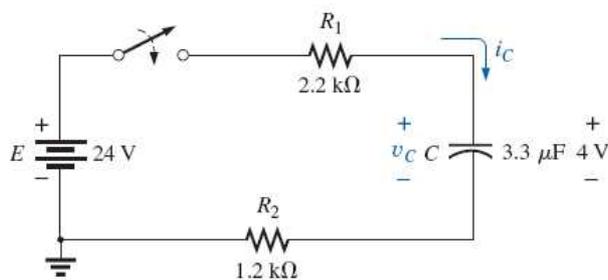
- 초기전압이  $V_i$ 이 있을 경우( $V_i \neq 0$ )일 때 커패시터전압:

$$v_c = V_i + (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

다르게 표현하면,

$$v_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau} \quad : \text{커패시터의 일반적 과도응답 방정식}$$

예 10.10) 커패시터의 초기전압은 4V이다.

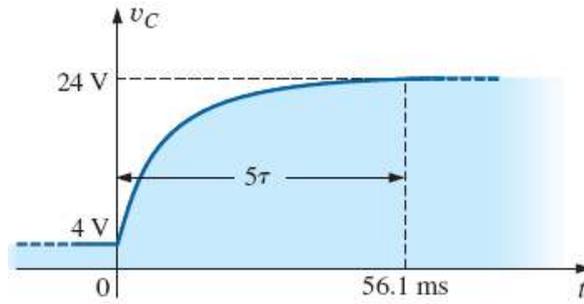


- 스위치가 닫힐 때 커패시터전압을 수식으로 표현하라.

$$\text{시정수 } \tau = (R_1 + R_2)C = (2.2k\Omega + 1.2k\Omega)(3.3\mu F) = 11.22ms$$

$$v_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau} = 24V + (4V - 24V)e^{-t/11.22ms}$$

$$\therefore v_c = 24V - 20Ve^{-t/11.22ms}$$

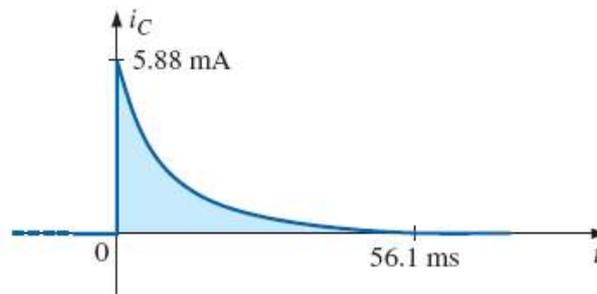


<커패시터 전압>

b. 과도기간(transient period)의 커패시터전류를 수식으로 표현하라.

$$t=0 \text{ 일 때 전류: } I_m = \frac{E - V_i}{R_1 + R_2} = \frac{24V - 4V}{2.2k\Omega + 1.2k\Omega} = 5.88mA$$

$$\text{커패시터전류: } i_c = (5.88mA) e^{-t/11.22ms}$$



### ■ 순간치 (Instantaneous value)

▪ 순간치: 특정 시간에서의 커패시터 전압 및 전류를 의미함

예) 커패시터전압이  $v_c = 20V(1 - e^{-t/2ms})$  이면,  $t = 5ms$  일 때의 전압 순시치는?

$$v_c = 20V(1 - e^{-5ms/2ms}) = (20V)(1 - e^{-2.5}) = 18.36V$$

▪ 과도응답 방정식으로부터의 시간식

$$v_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau} \text{ 으로부터}$$

$$t = \tau(\log_e) \frac{(V_i - V_f)}{(v_c - V_f)}$$

예)  $v_c = 20V(1 - e^{-t/2ms})$  일 때 10V에 도달하는 시간은?

$$t = \tau(\log_e) \frac{(V_i - V_f)}{(v_c - V_f)} = (2ms)(\log_e) \frac{(0V - 20V)}{(10V - 20V)} = 1.386ms$$

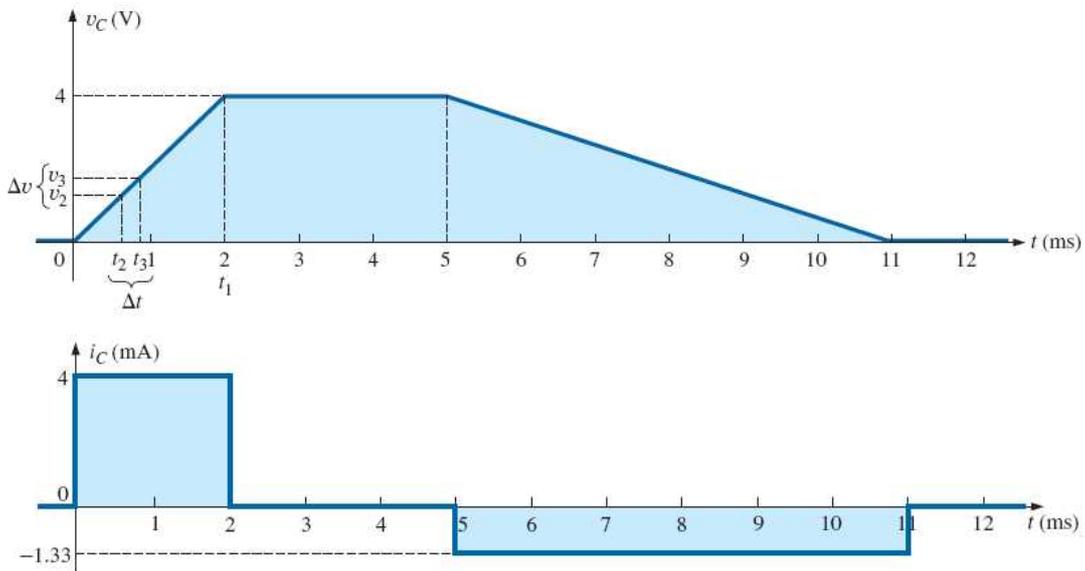
## ■ 커패시터 전류

- 커패시터 전류와 전압의 관계식

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt}$$

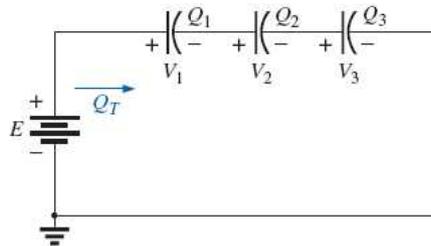
- 커패시터 전류  $i_C$ 는 커패시터 전압  $v_C$ 의 변화율에 비례한다.  
( $v_C$ 의 변화가 없으면  $i_C$ 는 영이다)

예 10.14)  $2\mu F$ 의 커패시터 양단의 전압파형이 아래와 같을 때, 전류파형은?



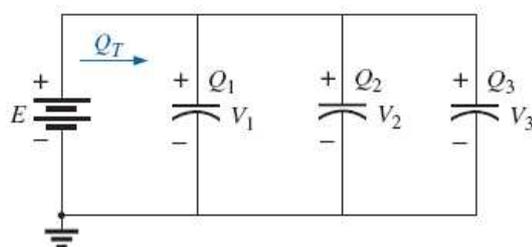
## ■ 직렬과 병렬의 커패시터

- 직렬 커패시터



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

- 병렬 커패시터



$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$