

제 9장. 네트워크이론 (Network theorem)

■ 중첩이론 (superposition theorem)

- 선형회로(선형소자로 이루어진 회로)에서 서로 다른 전원이 인가될 때의 결과는 전원 각각 인가되었을 때 결과들의 합과 같다.

예) 선형함수 $y = f(x) = 2x$ 일 때

$$x_1 = 3 \text{ 일 때 } y_1 = f(x_1) = 6$$

$$x_2 = 5 \text{ 일 때 } y_2 = f(x_2) = 10$$

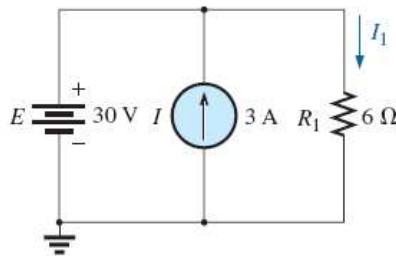
$$x_3 = x_1 + x_2 = 8 \text{ 일 때 } y_3 = f(x_3) = f(x_1 + x_2) = 16$$

$$y_3 = f(x_3) = f(x_1) + f(x_2) = y_1 + y_2 = 6 + 10 = 16$$

→ 중첩성을 만족함

예제 9.1) 2개의 다른 전원(전압원과 전류원)이 인가된 회로의 예

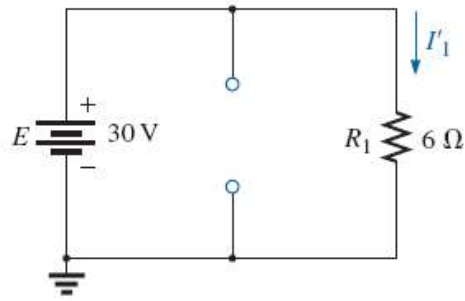
중첩이론을 사용하면 전류 I_1 은 전압원 E 만을 가했을 때의 전류 I_1' 와 전류원 I 만을 가했을 때의 전류 I_1'' 의 합과 같다.



<ul style="list-style-type: none"> ▪ 전압원을 제거 <ul style="list-style-type: none"> - 전압원 $E=0$ (단락(short)) - 내부저항은 남김 	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ 전류원을 제거 <ul style="list-style-type: none"> - 전류원 $I=0$ (개방(open)) - 내부저항은 남김 	

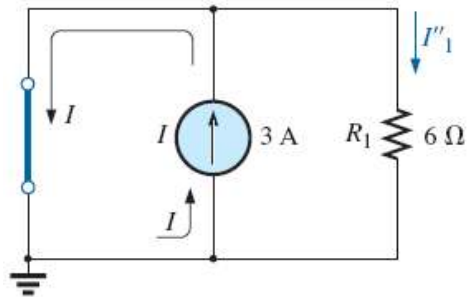
- 전류원을 제거하고 전압원만 인가했을 때의 전류 I_1'

$$I_1' = \frac{30V}{6\Omega} = 5A$$



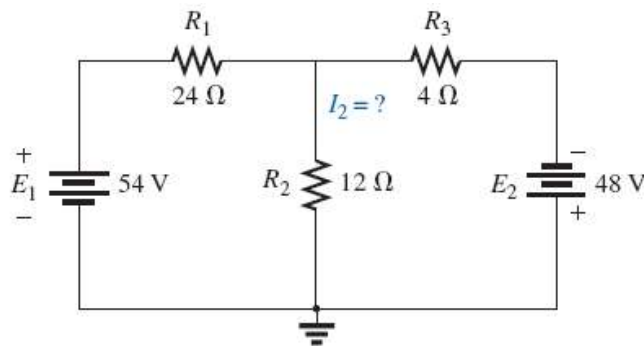
- 전압원을 제거하고 전류원만 인가했을 때의 전류 I_1''

$$I_1'' = 0A$$

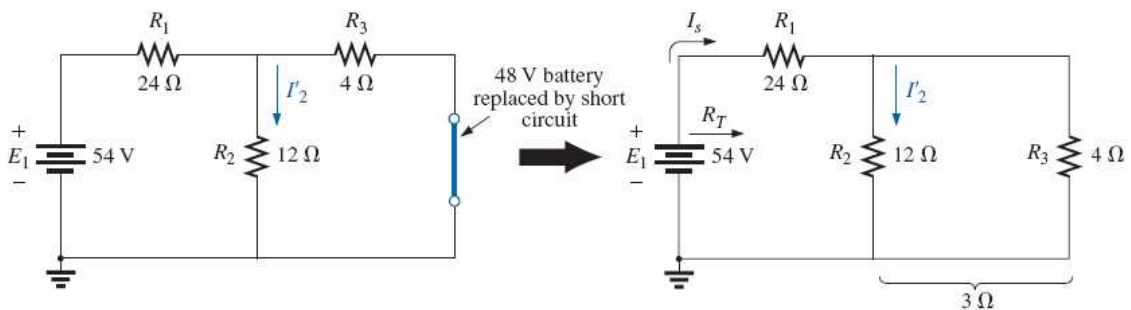


- 두 전원을 모두 인가하였을 때 : $I_1 = I_1' + I_1'' = 5A + 0A = 5A$

예제 9.2) 중첩이론을 이용하여 R_2 에 흐르는 전류 I_2 를 구하라.

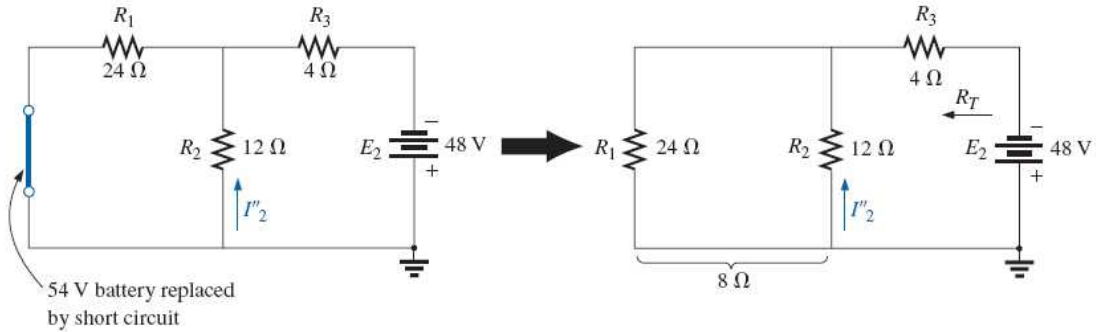


(1) 전원 E_2 를 제거했을 때 I_2' 를 구함



$$I_2' = \frac{R_3 I_s}{R_3 + R_2} = \frac{(4\Omega)(2A)}{4\Omega + 12\Omega} = 0.5A$$

(2) 전원 E_1 를 제거했을 때 I_2'' 를 구함

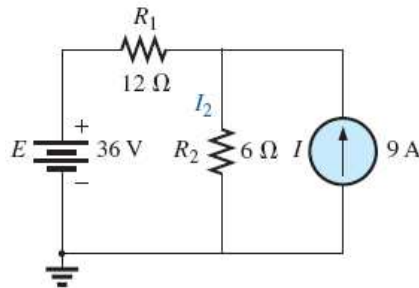


$$I_2'' = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} = \frac{(24\Omega)(4A)}{24\Omega + 12\Omega} = 2.67A$$

(3) 중첩이론을 이용하여 $I_2 = I_2' + I_2''$ 를 구함

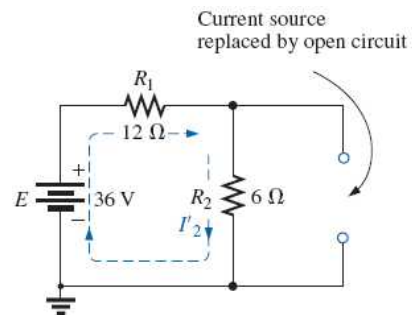
$$I_2 = I_2'' - I_2' = 2.67A - 0.5A = 2.17A$$

예제 9.3) 중첩이론을 이용하여 R_2 에 흐르는 전류 I_2 를 구하라.



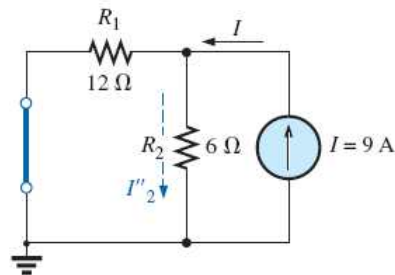
(1) 전류원 9A를 제거했을 때 I_2' 를 구함

$$I_1' = \frac{E}{R_T} = \frac{36V}{18\Omega} = 2A$$



(2) 전압원 36V를 제거했을 때 I_2'' 를 구함

$$I_1'' = 9A \frac{12\Omega}{12\Omega + 6\Omega} = 6A$$



(3) 중첩이론을 이용하여 전체전류 I_2 를 구함

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 2A + 6A = 8A$$

※ 전력은 중첩이론을 만족하지 못함

$$I_2' \text{에 의한 소비전력 } P_1 = (I_2')^2(R_2) = (2A)^2(6\Omega) = 24W$$

$$I_2'' \text{에 의한 소비전력 } P_2 = (I_2'')^2(R_2) = (6A)^2(6\Omega) = 216W$$

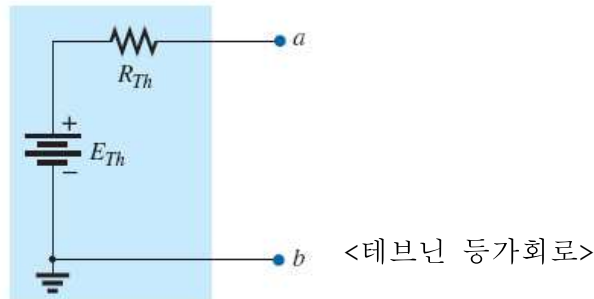
$$P_T = (I_2)^2(R_2) = (8A)^2(6\Omega) = 384W$$

$P_T \neq P_1 + P_2$ 이므로 중첩성을 만족하지 못함

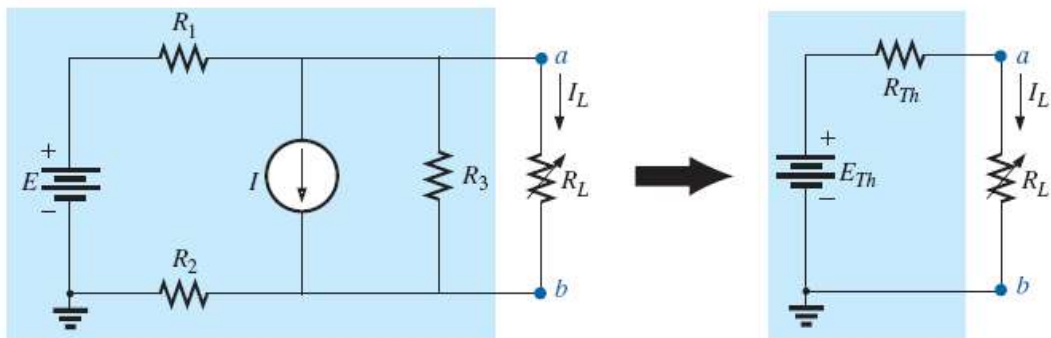
- 6Ω 의 소비전력 P_T 는 각 전원의 소비전력들의 합이 아님.
- 전력 P 는 전류 I 와 비선형관계이므로 중첩성을 만족하지 못함

■ 테브닌이론 (Thevenin theorem)

• 임의의 2단자 dc회로망은 전압원(E_{Th})과 저항(R_{Th})의 직렬로 표현될 수 있다.



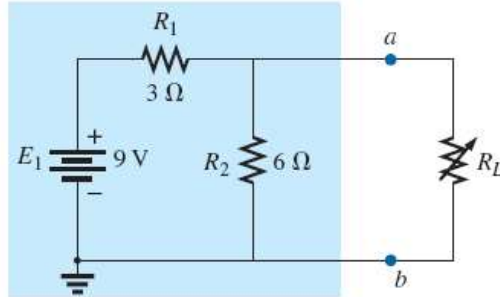
■ a,b 두 단자 좌측의 회로를 테브닌 등가회로로 간략히 표현된 예



■ 테브닌 등가회로로 변환하는 방법

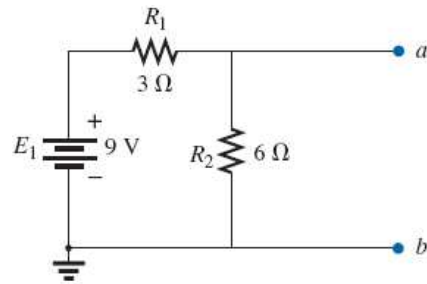
- 테브닌전압 E_{Th} : a,b 단자를 개방하여 회로분리 후, 단자 양단의 전압을 구함
- 테브닌저항 R_{Th} : 전압원은 개방(open)하고 전류원은 단락(short)시킨 후 전체 저항을 구함

예제 9.6) a,b 단자 좌측회로를 테브닌 등가회로로 변환하라.



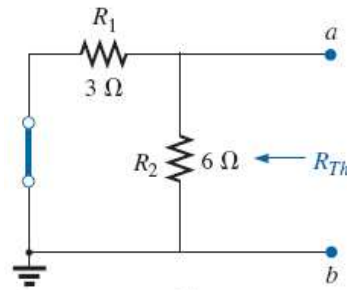
- (1) a,b 단자를 개방하고 단자양단의 전압 V_{ab} ($= E_{Th}$)를 구함

$$E_{Th} = 9V \frac{6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = 6V$$

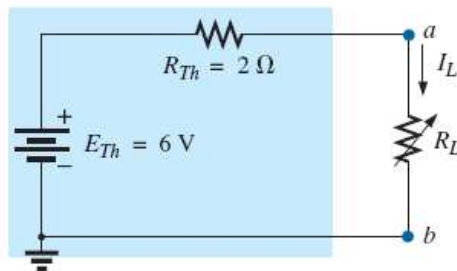


- (2) 전압원 E를 제거하고 전체저항 R_{Th} 을 구함

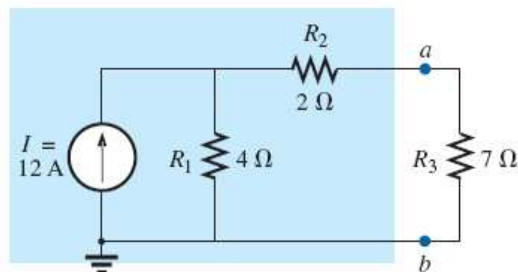
$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 2\Omega$$



- (3) 테브닌 등가회로로 변환된 결과회로

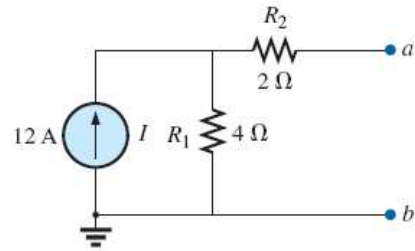


예제 9.7) a,b 단자 좌측회로를 테브닌 등가회로로 변환하라.



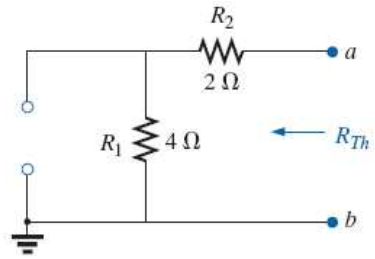
- (1) a,b 단자를 개방하고 단자양단의 전압 V_{ab} ($= E_{Th}$)를 구함

$$E_{Th} = (12A)(4\Omega) = 48V$$

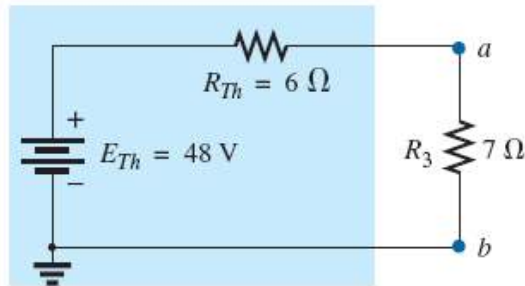


- (2) 전류원 I 를 제거하고 전체저항 R_{Th} 을 구함

$$R_{Th} = 4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$$

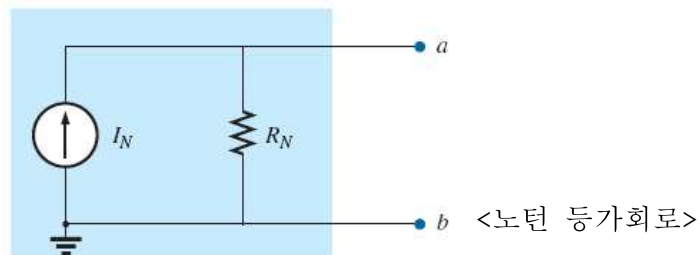


- (3) 테브닌 등가회로로 변환된 결과회로

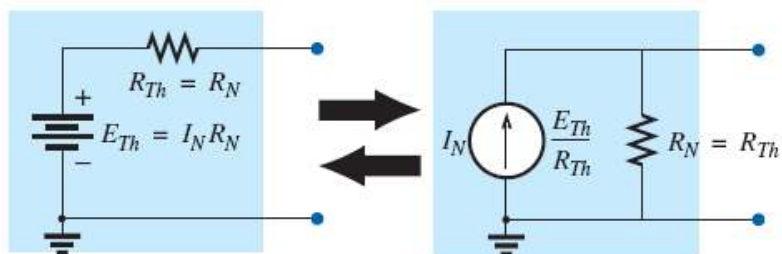


■ 노턴이론 (Norton theorem)

- 임의 2단자 dc회로망은 전류원(I_N)과 저항(R_N)의 병렬로 표현될 수 있다.



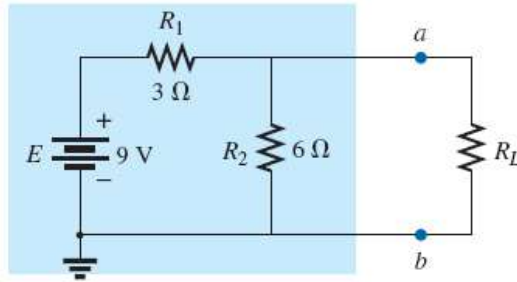
- 테브닌 등가회로는 노턴 등가회로로 변환 가능함



■ 노턴 등가회로로 변환하는 방법

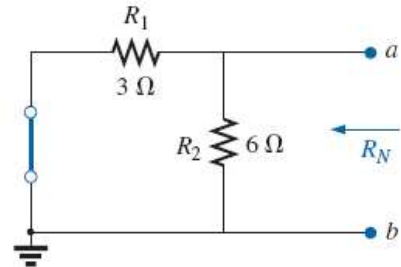
- 노턴전류 I_N : a,b 단자를 개방하여 회로분리 후, 단자 양단의 전압을 구함
- 노턴저항 R_N : 테브닌저항 R_{Th} 를 구하는 방법과 동일함 ($R_N = R_{Th}$)

예제 9.11) a,b 단자 좌측회로를 노턴 등가회로로 변환하라.



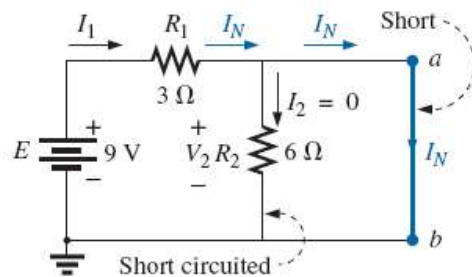
- (1) a,b 단자를 개방하고 전압원을 제거하여 노턴저항 R_N 을 구함

$$R_N = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 2\Omega$$

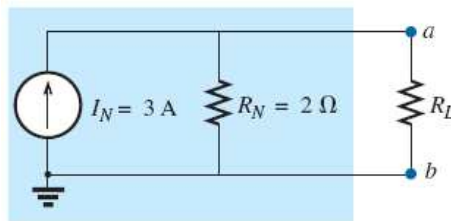


- (2) a,b 단자를 단락(short)하고 단락단자에 흐르는 노턴전류 I_N 을 구함

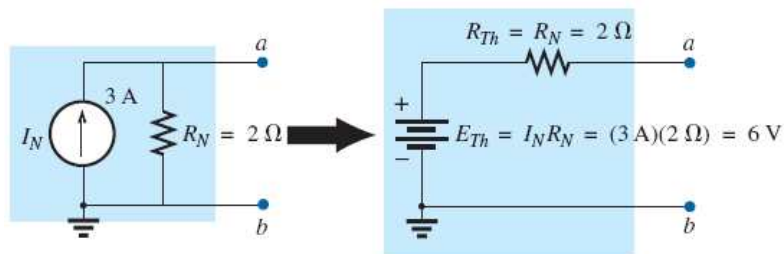
$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9V}{3\Omega} = 3A$$



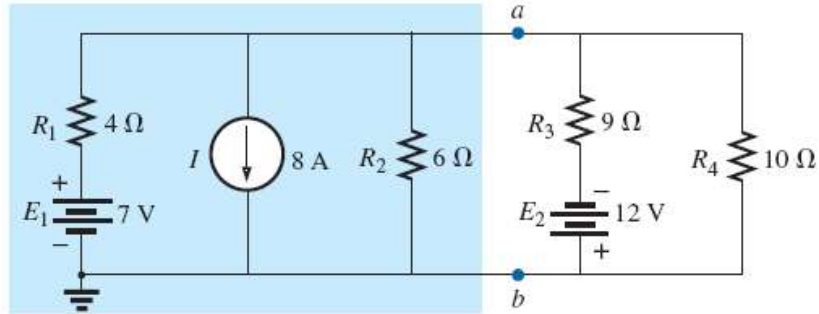
- (3) 노턴 등가회로로 변환된 결과회로



■ 노턴 등가회로에서 테브닌 등가회로로 변환

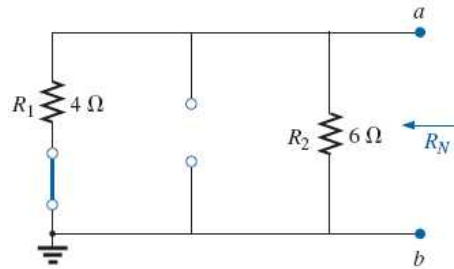


예제 9.13) a,b 단자 좌측회로를 노턴 등가회로로 변환하라.



- (1) a,b 단자를 개방하고 전류원과 전압원을 제거하여 노턴저항 R_N 을 구함

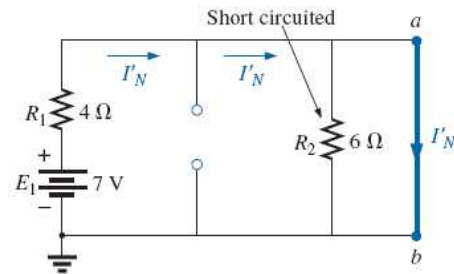
$$R_N = \frac{(4\Omega)(6\Omega)}{4\Omega + 6\Omega} = 2.4\Omega$$



- (2) a,b 단자를 단락(short)하고 단락단자에 흐르는 노턴전류 I_N 을 구함
(중첩이론 이용)

- 전류원 제거 후 I'_N 를 구함

$$I'_N = \frac{E_1}{R_1} = \frac{7V}{4\Omega} = 1.75A$$

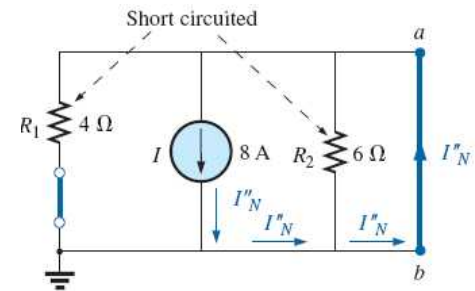


- 전압원 제거 후 I''_N 를 구함

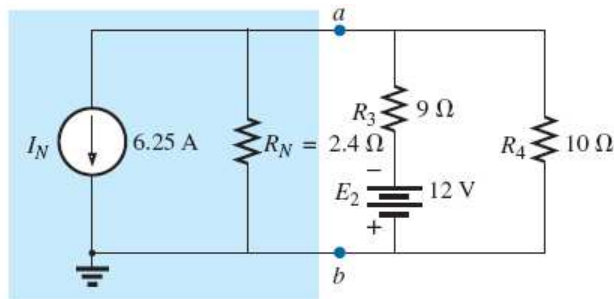
$$I''_N = I = 8A$$

- 중첩이론으로 노턴전류 구함

$$I_N = I''_N - I'_N = 8A - 1.75A = 6.25A$$

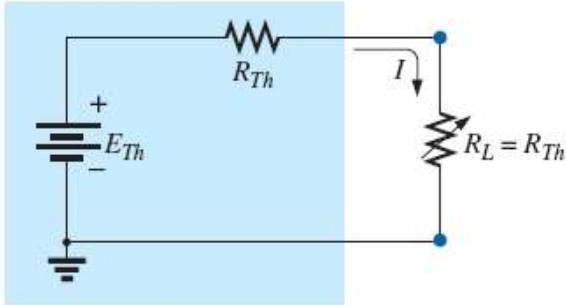


- (3) 노턴 등가회로로 변환된 결과회로



■ 최대전력전달이론 (Maximum power transfer theorem)

- 부하(load)에 전력이 최대로 전달되기 위해서는 테브닌등가저항 R_{Th} 과 부하저항 R_L 이 서로 같을 때이다.



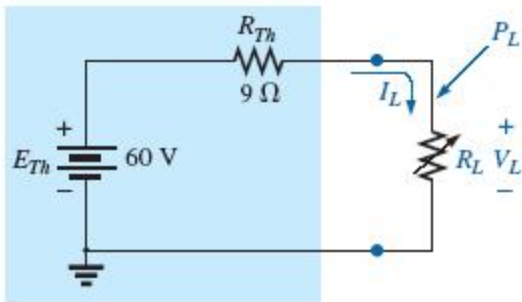
<테브닌등가회로와 부하저항>

$R_L = R_{Th}$ 일 때 부하에 최대전력이 전달된다

- 최대부하전력:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{E_{Th}}{2R_{Th}} \right)^2 (R_{Th}) = \frac{E_{Th}^2 T_{Th}}{4R_{Th}^2}$$

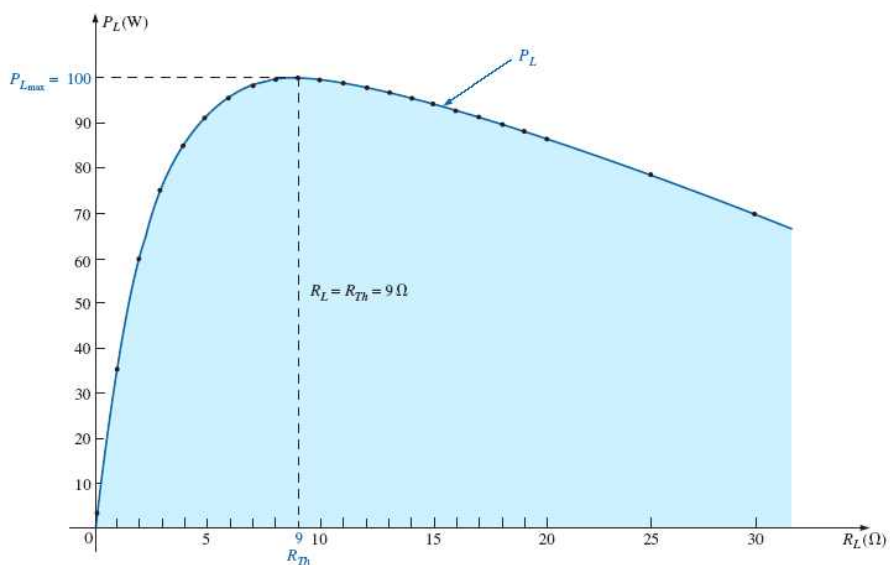
예) 부하저항 R_L 에 전달되는 최대전력은?



$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{60V}{9\Omega + R_L} \right)^2 (R_L) = \frac{3600R_L}{(9\Omega + R_L)^2}$$

- 최대전력 ($R_L = R_{Th} = 9\Omega$)

$$P_{L_{max}} = \frac{3600(9\Omega)}{(9\Omega + 9\Omega)^2} = 100W$$



< R_L 에 따른 전력 그래프($R_L = R_{Th} = 9\Omega$ 일 때 최대전력)>